

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

اقتصاد ریاضی (یک رویکرد پویا)

تألیف:

دکتر محسن مهر آرا

(دانشیار دانشگاه تهران)

مهدی صارم

حسین توکلیان

۱۳۹۱

سرشناسه	مهرآرا، محسن، ۱۳۴۶
عنوان و پدیدآور	اقتصاد ریاضی (یک رویکرد پویا) تألیف: دکتر محسن مهرآرا، مهدی صارم و حسین توکلیان
مشخصات نشر	نور علم
مشخصات ظاهری	۳۹۲ ص. : جدول، نمودار، مصور.
شابک	۹۷۸-۶۰۰-۱۶۹-۰۶۴-۸
وضعیت فهرست نویسی	بر اساس اطلاعات فیبا (فهرست نویسی پیش از انتشار).
یادداشت	۳۹۲-۳۹۱ : کتابنامه ص
یادداشت	مهرآرا، محسن، ۱۳۴۶
یادداشت	صارم، مهدی، ۱۳۶۴
یادداشت	توکلیان، حسین، ۱۳۶۲
موضوع	اقتصاد ریاضی
موضوع	برنامه ریزی پویا.
رده بندی کنگره	۱۳۹۱ ۷۷۳/۱۳۵ HB
رده بندی دیویی	۳۳۰

نشر نور علم: تهران - خیابان انقلاب - خ ۱۲ فروردین - پلاک ۲۵۹ - ط ۴ - واحد ۸ - ۶۶۴۰۳۶۱۰
nooreelm@yahoo.com
 ۰۹۱۲۳۳۳۴۲۲۹

اقتصاد ریاضی (یک رویکرد پویا) تألیف: دکتر محسن مهرآرا، مهدی صارم و حسین توکلیان

ناشر: نور علم
 شمارگان: ۵۰۰ جلد
 نوبت چاپ: اول ۱۳۹۱
 چاپ و صحافی: الغدیر
 قیمت: ۱۴۸۰۰ تومان

پخش در تهران: کتابیران - ۱۵ - ۶۶۵۶۶۵۱۱ پایگاه اینترنتی: www.nooreelm.com

موبایل کار: در صورت عدم دسترسی به کتابهای این انتشارات، از طریق تماس با شماره زیر
 ۰۹۱۲۳۳۳۴۲۲۹ کتابها با پست به تمام نقاط ایران ارسال می شود.

فهرست مطالب

	فصل اول: توپولوژی
۲	۱.۱ مقدمه
۲	۲.۱ مجموعه‌ها
۳	۱.۲ نگاشت
۴	۲.۲.۱ هم ارزی بین مجموعه‌ها
۴	۳.۲. مجموعه‌های منتهی، نامتناهی، شمارش پذیر و شمارش ناپذیر
۵	۴.۲.۱ مارتین، هم، سوپریمم و اینفیمم یک مجموعه
۶	۵.۲.۱ خاصیت جمع - بر روی کوچکترین کران بالایی
۶	۶.۲.۱ خاصیت مقاسمات کوچکترین کران بالایی
۶	۷.۲.۱ حاصلضرب دکارتی و هم
۶	۳.۱ نظریه اعداد
۷	۱.۳.۱ عدد مثبت صحیح
۷	۲.۳.۱ اصول موضوع
۸	۴.۱ قدر مطلق اعداد
۸	۵.۱ اعداد مختلط
۸	۱.۵.۱ نمایش هندسی اعداد مختلط
۹	۲.۵.۱ قضایای مربوط به اعداد مختلط
۹	۳.۵.۱ ترتیب ناپذیری اعداد مختلط
۱۰	۴.۵.۱ عدد نمایی مختلط
۱۰	۶.۱ شرایط لازم و کافی
۱۱	۷.۱ بردارها
۱۱	۱.۷.۱ طول بردار
۱۲	۲.۷.۱ فضای برداری
۱۳	۳.۷.۱ حاصلضرب بردارها
۱۴	۴.۷.۱ مشتق حاصلضرب بردارها

۱۵	۸.۱ فضای اقلیدسی
۱۶	۹.۱ مجموعه‌های فشرده
۱۸	۱۰.۱ آگوی‌های باز و مجموعه‌های باز در R^n
۱۸	۱۱.۱ مجموعه محدب
۲۰	۱۲.۱ فضاهاى مترى
۲۰	تمرین
	فصل دوم: توابع
۲۳	۱.۲ مقدمه
۲۳	۲.۲ توابع یک متغیره
۲۳	۱.۲.۱ مشتق توابع یک متغیره حقیقی
۲۳	۲.۲.۱ مشتق توابع یک متغیره مختلط
۲۵	۳.۲ بسط تیلور
۲۷	۴.۲ توابع چند متغیره
۲۷	۱.۴.۲ توابع صریح و توابع ضمنی
۲۸	۲.۴.۲ مشتقات جزئى
۳۰	۳.۴.۲ قاعده زنجیری در توابع یک متغیره
۳۱	۵.۲ توابع همگن و قضیه اویلر
۳۴	۶.۲ قضیه یانگ
۳۸	۷.۲ مشتق توابع ضمنی
۳۹	۱.۷.۲ معادلات همزمان و ژاکوبین:
۴۰	۲.۷.۲ معکوس یک تبدیل:
۴۱	۳.۷.۲ ژاکوبین تبدیل معکوس
۴۲	۸.۲ منحنی سطح
۴۴	۱۸.۲ تحدب منحنی‌های سطح
۴۷	۹.۲ همگنی توابع تقاضای عوامل تولید و تابع عرضه کالا
۴۸	۱۰.۲ سری تیلور توابع چند متغیره
۴۸	تمرین
	فصل سوم: معادلات دیفرانسیل
۵۱	۱.۳ مقدمه

۵۲	۲.۳ تعریف معادلات دیفرانسیل
۵۵	۳.۳ فرم خطی معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبه اول
۵۸	۱.۳.۳ قضیه وجود یکتائی در معادلات دیفرانسیل خطی معمولی مرتبه اول
۵۹	۲.۳.۳ معادلات خطی مرتبه اول همگن
۵۹	۳.۳.۳ معادله برنولی
۶۰	۴.۳.۳ معادلات دیفرانسیل جدایی پذیر
۶۱	۵.۳.۳ معادلات دیفرانسیل کامل
۶۶	۴.۳ معادلات دیفرانسیل غیر خطی همگن
۶۷	۵.۱ معادلات ریکاتی
۶۷	۶.۳ معادلات دیفرانسیل معمولی مرتبه دوم
۶۷	۱.۶.۳ فرم خطی معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم
۶۹	۲.۶.۳ معادلات خطی همگن مرتبه دوم
۷۱	۳.۶.۳ معادلات مرتبه دوم همگن کامل
۷۲	۴.۶.۳ روش دالامبر در حل معادلات دیفرانسیل خطی همگن مرتبه دوم
۷۳	۵.۶.۳ معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم با ضرایب ثابت
۷۶	۶.۶.۳ معادلات دیفرانسیل خطی غیر همگن مرتبه دوم
۷۶	۷.۶.۳ حل معادلات خطی غیر همگن با استفاده از روش ضرایب نامعین
۷۸	۸.۶.۳ حل معادلات خطی غیر همگن با استفاده از روش لاگرانژ
۷۹	۷.۲ معادلات دیفرانسیل با مراتب بالاتر
۷۹	۱.۷.۳ روش کاهش مرتبه در حل معادلات از مرتبه n
۸۰	۲.۷.۳ روش ضرایب ثابت در حل معادلات مرتبه n -ام
۸۱	۸.۲ حل معادلات دیفرانسیل با استفاده از تبدیل لاپلاس
۸۳	۱۸.۲ تبدیل معکوس لاپلاس
۸۴	۲۸.۲ تابع گاما
۸۴	۳۸.۲ استفاده از تابع گاما در تبدیل لاپلاس
۸۵	۴۸.۲ تبدیل لاپلاس مشتق تابع
۸۵	۵۸.۲ قضیه انتقال
۸۶	تمرین

۸۹	۱.۴ مقدمه
۸۹	۲.۴ فرم درجه دوم
۸۹	۳.۴ دیفرانسیل کامل مرتبه دوم یک تابع به عنوان یک فرم درجه دوم
۹۰	۴.۴ تعیین علامت فرم‌های درجه دوم
۹۰	۱.۴.۴ تست دترمینان
۹۳	۲.۴.۴ آزمون مقدار ویژه
۹۵	۳.۴ مجموعه‌ها و توابع محدب
۹۹	تمرین
	فصل پنجم: برنامه‌ریزی کلاسیک
۱۰۲	۱.۵ مقدمه
۱۰۵	۲.۵ روش پیکربندی کلاسیک
۱۰۶	۳.۵ مسئله برنامه‌ریزی کلاسیک در حالت نامقید
۱۱۰	۴.۵ مسئله برنامه‌ریزی کلاسیک در حالت مقید
۱۱۲	۱.۴.۵ تابع لاگرانژ
۱۱۶	۲.۴.۵ شرایط مرتبه دوم بهینه‌ساز
۱۱۸	۳.۴.۵ حالت II - متغیر با یک
۱۱۹	۴.۴.۵ حالت N متغیر با وجود M قید
۱۲۱	۵.۵ تفسیر ضرایب لاگرانژ
۱۲۴	۶.۵ پارامترها در تابع هدف
۱۲۶	۷.۵ تئوری پوشش
۱۲۹	تمرین
	فصل ششم: برنامه‌ریزی غیرخطی
۱۳۱	۱.۶ مقدمه
۱۳۱	۲.۶ برنامه‌ریزی غیرخطی
۱۴۱	۳.۶ تفسیر ضرایب لاگرانژ
۱۴۲	۴.۶ تفسیر شرایط کان - تاکر
۱۴۴	۵.۶ شرایط کان - تاکر برای حالت حداقل سازی
۱۴۶	۶.۶ کیفیت قید
۱۴۹	۷.۶ قضایای مربوط به شرط کافی در برنامه‌ریزی غیرخطی

۱۴۹	۱.۷.۶ قضیه کان - تاکر: برنامه‌ریزی مقعر
۱۵۰	۲.۷.۶ قضیه ارو - اندون: برنامه‌ریزی شبه مقعر
۱۵۲	۸.۶ آزمون برقراری کیفیت قید
۱۵۲	تمرین
	فصل هفتم: حساب تغییرات
۱۵۵	۱.۷ مقدمه
۱۵۶	۲.۷ حساب تغییرات
۱۵۷	۳.۷ ف. دلی. مسایل حساب تغییرات
۱۵۸	۳.۷ شرط مرتبه اول (لازم) بهینه‌سازی
۱۶۱	۲.۳.۷ نرم بسط معادله اوایلر
۱۶۵	۴.۷ حالات خاص تابع F
۱۶۹	۵.۷ توابع متفاوت با معادله اوایلر یکسان
۱۷۰	۶.۷ بسط معادله اوایلر به n چند متغیره
۱۷۱	۷.۷ بسط معادله اوایلر با وجود مشتقات بالاتر
۱۷۳	۸.۷ شرایط مرتبه دوم
۱۷۴	۱۸.۷ شرط کافی مرتبه دوم
۱۷۵	۲۸.۷ شرط کافی بر اساس تفرع تابع F
۱۷۷	۳۸.۷ شرط لژاندر
۱۸۱	۹.۷ نقاط نهایی متغیر
۱۸۲	۱۹.۷ استخراج شرط تراگذاری
۱۸۵	۱۰.۷ شرایط مرتبه دوم در حالتی که نقطه پایانی متغیر است
۱۸۶	۱۱.۷ شرایط وایرشراس و وایرشراس - اردمان
۱۹۲	۱۲.۷ بهینه‌سازی مقید
۱۹۲	۱۱.۱۲.۷ اگر قیود به صورت تساوی باشد
۱۹۷	۲.۱۲.۷ قیود دیفرانسیلی
۲۰۰	۳.۱۲.۷ قیود نامساوی
۲۰۰	۴.۱۲.۷ قیود به صورت انتگرال
۲۰۱	۱۳.۷ برنامه‌ریزی افق زمانی بی‌نهایت
۲۰۲	۱.۱۳.۷ خصوصیت اول: همگرایی تابع هدف

فصل هشتم: تئوری کنترل بهینه

۱.۸ مقدمه

۲.۸ فرم عمومی مسائل کنترل بهینه

۳.۸ استخراج شرایط لازم مرتبه اول

۴.۸ تفسیر متغیر هم وضعیت

۵.۸ شرط کافی در مسایل کنترل بهینه

۱.۵.۸ شرایط کافی منگسارین

۲.۵.۸ شرایط کافی ارو

۶.۸ عمل حداکثرسازی و تفسیر اقتصادی

۱۷.۸ اصل جن جنر از در حالت چند متغیره

۸.۸ مسایل کنترل بهینه خطی

تمرین

فصل نهم: معادلات تفاضلی

۱.۹ مقدمه

۲.۹ معادلات مرتبه اول و مراتب بالاتر

۳.۹ معادلات خطی و غیرخطی

۴.۹ معادلات همگن و ناهمگن

۵.۹ معادلات تفاضلی و سیستم پویای گسسته

۶.۹ حل معادلات تفاضلی

۱.۶.۹ حل معادلات تفاضلی مرتبه اول خطی با استفاده از روش جاگذاری

۱.۱.۶.۹ حالات خاص

۷.۹ حل معادلات تفاضلی مرتبه اول خطی با استفاده از روش حل عمومی

۸.۹ نقاط تعادل

۹.۹ بررسی ثبات نقاط تعادلی پایدار

۱۰.۹ معادلات تفاضلی مرتبه اول غیرخطی

۱.۱۰.۹ نقطه تعادل در معادلات غیرخطی مرتبه اول

۲.۱۰.۹ خطی کردن یک معادله غیرخطی

۳.۱۰.۹ بررسی ثبات یک معادله غیرخطی

۲۵۵	۱۱.۹ سیستم معادلات تفاضلی خطی مرتبه اول
۲۵۷	۱.۱۱.۹ تعادل پایدار سیستم معادلات تفاضلی خطی مرتبه اول
۲۶۲	۱۲.۹ سیستم معادلات تفاضلی مرتبه اول غیرخطی
۲۶۴	۱۳.۹ معادلات تفاضلی خطی مرتبه دوم
۲۶۵	۱۴.۹ معادلات تفاضلی خطی مرتبه سوم
۲۶۵	۱۵.۹ معادلات تفاضلی خطی مرتبه n ام
۲۶۶	۱۶.۹ حل معادلات تفاضلی خطی با استفاده از عملگر وقفه
۲۶۶	۱۶.۹ حساب تفاضلی
۲۷۵	۱۷.۹ معادلات خطی ناهمگن: روش ضرایب نامعین
۲۷۶	۱.۱۷.۹ جواب عمومی معادلات ناهمگن
۲۷۸	۲.۱۷.۹ بررسی رفتار جدید جواب عمومی
۲۸۲	۱۸.۹ تبدیل معادلات خطی به معادلات غیرخطی
۲۸۵	۱۹.۹ بررسی ثبات معادلات تفاضلی مرتبه سوم و بالاتر
	فصل دهم: حل معادلات تفاضلی تحت انتظارات متغیر
۲۸۸	۱.۱۰ مقدمه
۲۸۸	۲.۱۰ روش بلانچارد و کان (۱۹۸۰)
۲۸۹	۱.۲.۱۰ مدل بلنچارد و کان
۲۹۱	۲.۲.۱۰ حل مدل
۲۹۷	۳.۱۰ روش سیمز (۲۰۰۱)
۳۰۰	۴.۱۰ روش کلین
۳۰۲	۵.۱۰ روش ضرایب نامعین اوهلیگ
	فصل یازدهم: برنامه‌ریزی پویا
۳۰۷	۱.۱۱ مقدمه
۳۰۷	۲.۱۱ یک مسئله عمومی بین دوره‌ای
۳۰۸	۳.۱۱ یک مسئله بازگشتی
۳۱۲	۴.۱۱ معادله بلمن
۳۱۹	۵.۱۱ مسئله تنظیم‌کننده خطی بهینه
۳۲۱	۶.۱۱ مسائل کنترل تصادفی
۳۲۵	۷.۱۱ مسئله تنظیم‌کننده خطی بهینه تصادفی

فصل دوازدهم: مقدمه‌ای بر مدل‌های تعادل عمومی پویای تصادفی

۳۲۹	۱.۱۲ مقدمه
۳۳۰	۲.۱۲ اقتصاد کینزی جدید
۳۳۴	۱.۲.۱۲ انتقادات تجربی
۳۳۴	۲.۲.۱۲ انتقادات نظری
۳۳۵	۳.۱۲ فرایند کلی
۳۳۶	۴.۱۲ خطی سازی
۳۳۶	۱.۴.۱۲ تقریب سری تیلور
۳۳۸	۲.۴.۱۲ تقریب‌های لگاریتمی
۳۴۳	۱۲ مدل رشد نئوکلاسیک
۳۴۳	۱.۵.۱۲ مدل رن-رن
۳۴۴	۵.۱۲ محیط تصادفی
۳۴۴	۳.۵.۱۲ مسائل مدیریت اجتماعی
۳۴۷	۴.۵.۱۲ تعادل رقابتی
۳۵۰	۵.۵.۱۲ حل مسئله برای دست‌یابی به ریایی‌ها
۳۵۰	۶.۵.۱۲ الگوریتم خطی کردن
۳۵۳	۶.۱۲ حل پویایی‌ها با استفاده از روش صرایب نامعین
۳۵۷	۷.۱۲ نتایج
۳۵۹	۸.۱۲ مدل پایه کینزی جدید
۳۶۰	۱۸.۱۲ مدل پایه
۳۷۱	۲۸.۱۲ ارزیابی معادله تعدیل تورم کینزی جدید
۳۷۲	۹.۱۲ تعادل عمومی
۳۷۳	۱۰.۱۲ یکتایی تعادل
۳۷۵	۱۱.۱۲ مکانیسم انتقال پولی
۳۷۸	ضمیمه: برنامه dynare برای مدل پایه کینزی جدید
۳۷۹	تمرین
۳۸۱	پیوست

پیشگفتار

در سال‌های اخیر با گسترش الگوهای جدید اقتصادی، ریاضیات به عنوان ابزار اصلی تحلیل‌های اقتصادی به صورت گسترده مورد استفاده قرار گرفته است. این ابزار ارتباط میان متغیرهای اقتصادی را به صورت کمی تبدیل و این امکان را فراهم می‌سازد که به طور دقیق اثر تغییر یک متغیر یا سیاست را بر متغیر دیگر اندازه‌گیری نماییم. اقتصادریاضی این ساختار را فراهم ساخته تا بر اساس تئوری اقتصادی، مدل کمی میان متغیرها را شناسایی و بر اساس آن به تجزیه و تحلیل انواع سوالات و فرضیات موجود بپردازیم. کتاب حاضر تحت عنوان "اقتصاد ریاضی (یک رویکرد پویا)" شامل دوازده فصل می‌باشد و سعی شده است که در آن، مفاهیم و ابزارهای ریاضی در چارچوب‌های تحلیلی مورد نیاز یک دانشجوی اقتصاد فراهم شود.

در فصل اول به مباحث پویا پرداخته شده است. این فصل زیربنای سایر فصل‌های کتاب می‌باشد زیرا بسیاری از مفاهیم بنیادی ریاضیات در آن آمده است. در فصل دوم توابع و در فصل سوم معادلات دیفرانسیل که پیش‌نیاز هرگونه تحلیل پویایی‌ها می‌باشد به مباحث پیوسته در اقتصاد است مورد توجه قرار گرفته‌اند. علم اقتصاد، علم تخصیص بهینه منابع می‌باشد و بنابراین بهینه‌سازی ریاضی یکی از ابزارهای لازم در این زمینه است که به طور گسترده مورد استفاده اقتصاددانان می‌باشد. با توجه به این رویکرد، سایر فصول کتاب را به مسائل بهینه‌سازی ریاضی اختصاص داده‌ایم که یک قسمت از آن شامل مباحث بهینه‌سازی ایستا و قسمت دیگر شامل بهینه‌سازی پویا می‌باشد. به دلیل این که مباحث مربوط به بهینه‌سازی پویا در کمتر کتب فارسی زبان مورد توجه قرار گرفته است، تمرکز کتاب بیشتر بر مباحث بهینه‌سازی پویا قرار گرفته است. در فصل چهارم برخی مقدمات مربوط به بهینه‌سازی ایستا آمده است و در فصل‌های پنجم و ششم بهینه‌سازی ایستا در قالب دو نوع برنامه‌ریزی کلاسیک و برنامه‌ریزی غیرخطی تشریح شده‌اند.

از فصل هفتم تا فصل دوازدهم به الگوهای پویا اختصاص یافته است. فصول هفتم و هشتم به بهینه‌سازی پویا می‌پردازد و شامل دو نوع حساب تغییرات و کنترل بهینه می‌باشد. این دو روش، جزء ابزارهای مدرن و جدیدی است که در سال‌های اخیر به طور متداول مورد استفاده قرار گرفته است. در فصل نهم به معادلات تفاضلی که پویایی‌های اقتصادی را مبتنی بر متغیرهای گسسته الگوسازی می‌کند اختصاص دارد. اهمیت این نوع معادلات به این دلیل است که اولاً اکثر متغیرهای اقتصادی به صورت گسسته ظاهر می‌شوند و بنابراین بهترین روش برای تحلیل پویایی‌های آن‌ها استفاده از معادلات تفاضلی است. ثانیاً این فصل زیربنای سایر روش‌های بهینه‌سازی پویا است که در فصول یازدهم و دوازدهم بیان می‌شوند. در به همام ترتیب که برای حل مدل‌های معرفی شده در فصل‌های هفتم و هشتم از معادلات دیفرانسیل کمک می‌گیریم، برای حل مدل‌های بهینه پویا در فصل‌های یازدهم و دوازدهم، از

حل معادلات تفاضلی کمک گرفته می‌شود. فصل دهم به بررسی معادلات تفاضلی تصادفی می‌پردازد که تعمیم مدل‌های فصل نهم است. در فصل یازدهم روش برنامه‌ریزی پویا معرفی می‌شود. این روش همان روش کنترل بهینه است با این تفاوت که در فضای گسسته مطرح می‌شود. در فصل دوازدهم نیز به بررسی مدل‌های تعادل عمومی پویای تصادفی (DSGE) می‌پردازیم. این روش، یک الگوی مدرن اقتصاد کلان نوین است که در سال‌های اخیر به طور گسترده مورد استفاده اقتصاددانان واقع شده‌است. در پایان یک پیوست مربوط به جبر ماتریسی وجود دارد که به طور اکید توصیه می‌شود قبل از مطالعه فصل‌های کتاب، ابتدا این پیوست مطالعه شود.

www.ketab.ir