

سیستم‌ها و کنترل‌کننده‌های

مرتبه کسری

مهندس ترنلی کاغذکی

محمد صالح تواضعی

سرشناسه: تواضعی، محمدصالح، ۱۳۶۰-

عنوان و نام پدیدآور: سیستم ها و کنترل کننده های مرتبه کسری / محمدصالح تواضعی، مهسان توکلی کاخکی

مشخصات نشر: تهران: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، انتشارات، ۱۳۹۴.

مشخصات ظاهری: ۲۸۲ ص.: نمودار

شابک: 978-600-7867-06-8

وضعیت فهرست نویسی: فیلپای مختصر

یادداشت: فهرست نویسه کامل این اثر در نشانی: <http://opac.nlai.ir> قابل دسترسی است

شناسه افزوده: توکلی کاخکی، مهسان، ۱۳۶۱-

شماره کتابشناسی: ۳۰۱۱۲۰۰

<http://press.kntu.ac.ir>



ناشر: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

عنوان: سیستم ها و کنترل کننده های مرتبه کسری

مؤلفان: دکتر محمدصالح تواضعی، مهسان توکلی کاخکی

نوبت چاپ: دوم

تاریخ انتشار: دی ۱۳۹۶، تهران

شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه

چاپ: پدیدرنگ

صحافی: گرنامی

قیمت: ۲۲۵۰۰ تومان

تمام حقوق برای ناشر محفوظ است

پیشگفتار

حسابان کسری، به عنوان تعمیمی برای حسابان کلاسیک، از آن دسته از مباحث ریاضیاتی است که در سال‌های اخیر با یک نگاه کاربردی در مهندسی کنترل مورد توجه قرار گرفته است. در این سال‌ها نشان داده شده است که استفاده از این ابزار نوظهور در مدلسازی و طراحی می‌تواند موجب ارتقا کارایی سیستم‌های کنترلی سنتی شود. با توجه به این مساله تاکنون تحقیقات پژوهشی متنوعی در راستای بکارگیری ابزار حسابان کسری در کاربردهای کنترلی صورت گرفته است. همان‌گونه که می‌دانیم استفاده مناسب و بهینه از هر ابزار در مهندسی مستلزم شناخت کامل آن ابزار و آگاهی از توانایی‌های بالقوه و نقص‌های احتمالی آن است. در نتیجه عدم آشنایی عمیق و کامل با یک مبحث ریاضیاتی مانند حسابان کسری می‌تواند منجر به استفاده ناصحیح از این ابزار و یا بکارگیری آن در جای نامناسب گردد. یکی از بهترین راه‌کارها برای پیشگیری از چنین رخدادهایی می‌تواند آموزش اصولی و کاربردی مفاهیم حسابان کسری به دانشجویان و افراد علاقمند به پژوهش در این زمینه باشد. به همین منظور درسی با عنوان سیستم‌ها و کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری توسط نگارندگان این کتاب برای دانشجویان مقاطع تحصیلات تکمیلی مهندسی کنترل پیشنهاد و برای اولین بار در سال تحصیلی ۹۳-۹۲ به طور موازی در دانشگاه‌های صنعتی شریف و صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی تدریس گردید. محتوای کتاب حاضر بر اساس موارد تدریس شده در درس مذکور تنظیم گردیده است. در این کتاب تلاش شده است تا در ابتدا مفاهیم حسابان کسری، علیرغم پیچیدگی‌های ذاتی این مبحث، با زبانی ساده آموزش داده شوند. سپس این مفاهیم با یک نگاه کاربردی در توصیف سیستم‌ها و کنترل‌کننده‌های دینامیکی بکار گرفته خواهند شد. مخاطبین این کتاب می‌توانند دانشجویان مقاطع تحصیلات تکمیلی در رشته‌های مهندسی برق، مهندسی مکانیک، مهندسی مکانیک، مهندسی هوافضا، مهندسی شیمی، مهندسی کامپیوتر، ریاضیات کاربردی و ... که علاقمند به پژوهش در زمینه سیستم‌ها و کنترل-کننده‌های مرتبه کسری هستند، باشند. در واقع کتاب حاضر به آموزش مفاهیم اولیه در این زمینه بستری را برای ورود علاقمندان به دنیای جذاب دینامیک‌های مرتبه کسری فراهم می‌سازد.

محتوای کتاب حاضر در نه فصل تنظیم گردیده است. در فصل اول کتاب تاریخچه پیدایش و تکامل نظریه حسابان کسری در ریاضیات و همچنین سیر تاریخی بکارگیری این ابزار در طراحی سیستم‌های کنترلی مرور خواهند شد. در فصل دوم توابع ویژه در حسابان کسری که به گونه‌ای شالوده لازم برای تعریف عملگرهای مرتبه کسری و بکارگیری آنها در توصیف سیستم‌های دینامیکی را فراهم می‌سازند، معرفی خواهند گردید. فصل سوم کتاب به تعریف عملگرهای انتگرال و مشتق مرتبه کسری به عنوان تعمیمی برای عملگرهای انتگرال و مشتق کلاسیک و بررسی خواص این عملگرها اختصاص دارد. در فصل چهارم نیز معادلات دیفرانسیل کسری از دیدگاه‌های مختلفی مورد مطالعه قرار خواهند گرفت. محتوای فصل‌های دوم تا چهارم به گونه‌ای تنظیم شده‌اند که

پیش‌نیازهای لازم برای استفاده کاربردی از ابزار حسابان کسری را در توصیف و تحلیل سیستم‌های دینامیکی مرتبه کسری فراهم سازند. بر پایه این پیش‌نیازها در فصل‌های پنجم تا هفتم کتاب خانواده‌های مختلفی از سیستم‌های مرتبه کسری معرفی شده و ویژگی‌های آنها مورد مطالعه قرار می‌گیرند. به طور خاص فصل پنجم به معرفی و بررسی سیستم‌های مرتبه کسری پیوسته زمان اختصاص دارد. همچنین در فصل‌های ششم و هفتم به ترتیب به مطالعه سیستم‌های مرتبه کسری گسسته زمان و سیستم‌های مرتبه توزیع شده پرداخته می‌شود. در فصل هشتم کتاب کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری پرکاربرد معرفی و نحوه طراحی آنها مورد بحث قرار می‌گیرد. پیاده‌سازی کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری نیز موضوع دیگری است که در فصل آخر کتاب به آن پرداخته می‌شود. در این کتاب تلاش بر این بوده است تا علاوه بر بیان مطالب اصلی در بخش‌های مختلف از مثال‌های متنوعی نیز در این بخش‌ها برای درک بهتر مفاهیم و نتایج استفاده شود. همچنین در هر کدام از فصل‌های کتاب علاوه بر مراجع اصلی که محتوای فصول بر اساس آنها تدوین گردیده‌اند، مراجع تکمیلی نیز برای مطالعه بیشتر افراد علاقمند معرفی شده‌اند.

با در نظر گرفتن این جمله معروف که «گرا انسان می‌خواست صبر کند تا کاری را آنقدر خوب انجام دهد تا هیچ‌کس نتواند در آن ایرادی ببیند»، هرگز کاری انجام نمی‌داد¹، می‌توان استنباط نمود که کتاب پیش رو مطمئناً خالی از اشکال، نقص نخواهد بود. با علم به این موضوع، مشتاقانه منتظر دریافت نظرات و پیشنهادات اصلاحی از دیرینه‌توانندگان به منظور در نظر گرفته شدن آنها در ویرایش‌های بعدی خواهیم بود (خوانندگان محترم می‌توانند از آدرس‌های پست الکترونیکی tavazoei@sharif.edu و mate_akoli@kntu.ac.ir برای ارسال نظرات خود استفاده نمایند). همچنین در پایان نیز بر خود لازم می‌دانیم که از همکاران و همکاران گرامی که در سال‌های اخیر مشوق تهیه و انتشار کتاب حاضر بوده‌اند، کمال تشکر و قدردانی را داشته باشیم. به امید آنکه این کتاب بتواند در راستای فراهم آوردن بستر آموزشی لازم برای رشد و پرورش محققین در کشور عزیزمان نقشی مفید، اما هر چند ناچیز، را ایفا نماید.

مهران توکلی کاخی

محمد صالح تواضعی

عضو هیات علمی دانشکده مهندسی برق
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

عضو هیات علمی دانشکده مهندسی برق
دانشگاه صنعتی شریف

پائیز ۱۳۹۳

¹ Nothing would be done at all if one waited until one could do it so well that no one could find fault with it - J.H. Newman (1801-1890).

بخش حقیقی	$\text{Re}(\cdot)$
بخش مختلط	$\text{Im}(\cdot)$
پایان اثبات	■
پایان مثال	◆
تابع آرگومان	$\arg(\cdot)$
تابع بتا	$\beta(\cdot, \cdot)$
تابع جز صحیح	$[\cdot]$
تابع خطا	$\text{erf}(\cdot)$
تابع سقف	$\lceil \cdot \rceil$
تابع گاما	$\Gamma(\cdot)$
تابع مکمل خطا	$\text{erfc}(\cdot)$
تابع میتگ-لفلر تک پارامتری	$E_u(\cdot)$
تابع میتگ-لفلر دو پارامتری	$E_{\alpha, \beta}(\cdot)$
تبدیل لاپلاس	$L\{\cdot\}$
تبدیل لاپلاس معکوس	$L^{-1}\{\cdot\}$
عملگر انتگرال مرتبه کسری	${}_a I_t^\alpha$
عملگر تفاضلی پسر	Δ^α
عملگر مشتق مرتبه کسری ریمان-لیوویل	${}_0^RL_t^\alpha$
عملگر مشتق مرتبه کسری با مرتبه توزیع شده	${}_0 D_t^{\alpha(u)}$
عملگر مشتق مرتبه کسری کپوتو	${}_a^C D_t^\alpha$
عملگر مشتق مرتبه کسری گرانوالد-لتنیکوف	${}_a^G D_t^\alpha$
فضای ستونی ماتریس	$Ra(\cdot)$
کانولوشن	*
مجموعه اعداد حقیقی	$\mathbb{R}$
مجموعه اعداد حقیقی مثبت	$\mathbb{R}^+$
مجموعه اعداد صحیح	$\mathbb{Z}$
مجموعه اعداد صحیح منفی	$\mathbb{Z}^-$
مجموعه اعداد طبیعی	$\mathbb{N}$
مجموعه ماتریس‌های حقیقی $r \times d$ با درایه‌های نامنفی	$\mathbb{R}_{\geq 0}^{r \times d}$

فصل اول: تاریخچه.....	۱
مقدمه.....	۲
۱-۱ توسعه مفاهیم در ریاضیات.....	۲
۲-۱ پیدایش حسابان کسری.....	۴
۳-۱ اولین تلاش‌ها.....	۴
۴-۱ حسابان کسری در کنترل.....	۹
۱-۱ معرفی مراجع تکمیلی برای مطالعات بیشتر.....	۱۱
مراجع.....	۱۲
فصل دوم: توابع ویژه در حسابان کسری.....	۱۵
مقدمه.....	۱۶
۱-۲ تابع گاما.....	۱۶
۱-۱-۲ تعریف تابع گاما.....	۱۶
۲-۱-۲ آشنایی با خواص تابع گاما.....	۱۷
۳-۱-۲ تعاریف معادل برای تابع گاما.....	۲۱
۴-۱-۲ توسعه دامنه تابع گاما.....	۱۰
۵-۱-۲ تعمیم مفهوم ترکیب دو عدد.....	۲۵
۲-۲ تابع بتا.....	۲۶
۳-۲ تابع میتگ-لفلر.....	۳۲
۱-۳-۲ تعریف تابع میتگ-لفلر.....	۳۲
۲-۳-۲ حالت‌های خاص تابع میتگ-لفلر.....	۳۳
۳-۳-۲ ویژگی‌های تابع میتگ-لفلر.....	۳۶
۴-۳-۲ تبدیل لاپلاس تابع میتگ-لفلر.....	۳۸
۵-۳-۲ محاسبه عددی تابع میتگ-لفلر.....	۴۴

۴-۲ معرفی مراجع تکمیلی برای مطالعات بیشتر..... ۴۵

مراجع..... ۴۵

فصل سوم: انتگرال و مشتق مرتبه کسری..... ۴۷

مقدمه..... ۴۷

۱-۳ انتگرال گیری تکراری (فرمول کوشی)..... ۴۷

۲-۳ انتگرال مرتبه کسری..... ۵۱

۳-۳ مشتق مرتبه کسری با تعریف ریمان- لیوویل..... ۵۵

۳-۲ توسعه مفهوم مشتق..... ۵۵

۳-۳ تعریف مشتق مرتبه کسری ریمان- لیوویل..... ۵۹

۳-۳ تعریف مشتق مرتبه کسری ریمان- لیوویل در حوزه لاپلاس..... ۶۳

۴-۳ مشتق مرتبه کسری تعریف کیوتو..... ۶۴

۱-۴-۳ تعریف مشتق کیوتو و تباد آن با مشتق ریمان- لیوویل..... ۶۴

۲-۴-۳ ویژگی های عملگر مشتق مرتبه کسری کیوتو..... ۶۵

۳-۴-۳ تعبیر مشتق مرتبه کسری کیوتو در حوزه لاپلاس..... ۶۹

۵-۳ مشتق مرتبه کسری با تعریف گرانوالد- لنینیک..... ۷۰

۶-۳ روش های عددی..... ۷۲

۱-۶-۳ محاسبه عددی انتگرال مرتبه کسری..... ۷۲

۲-۶-۳ محاسبه عددی مشتق مرتبه کسری..... ۷۳

۷-۳ معرفی مراجع تکمیلی برای مطالعات بیشتر..... ۷۳

مراجع..... ۷۴

فصل چهارم: معادلات دیفرانسیل کسری..... ۷۷

مقدمه..... ۷۸

۱-۴ شرایط وجود و یکتایی جواب در معادلات دیفرانسیل کسری..... ۷۸

۲-۴ معادلات دیفرانسیل کسری و فرم انتگرالی معادل..... ۸۱

۳-۴ معادلات دیفرانسیل خطی و نامتغیر با زمان کسری	۸۴
۴-۴ دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی و نامتغیر با زمان کسری	۹۲
۵-۴ معادلات دیفرانسیل کسری چند ترمی	۹۶
۱-۵-۴ دستگاه معادلات دیفرانسیل کسری معادل	۹۷
۲-۵-۴ اثر اختلال مرتبه	۱۰۱
۶-۴ حل عددی معادلات دیفرانسیل کسری	۱۰۲
۷-۴ معرفی مراجع تکمیلی برای مطالعات بیشتر	۱۰۴
مراجع	۱۰۴
فصل پنجم: سیستم‌های مرتبه کسری پیوسته زمان	۱۰۷
مقدمه	۱۰۸
۱-۵ آشنایی با سیستم‌های خطی نامتغیر با زمان مرتبه کسری	۱۰۸
۲-۵ پاسخ سیستم‌های خطی نامتغیر با زمان مرتبه کسری	۱۱۰
۱-۲-۵ پاسخ به شرط اولیه	۱۱۰
۲-۲-۵ پاسخ به ورودی و شرط اولیه	۱۱۳
۳-۲-۵ محاسبه توابع میتگ-لفلر ماتریس ظاهر شده در پاسخ سیستم مرتبه کسری	۱۱۴
۳-۵ پایداری سیستم‌های خطی نامتغیر با زمان مرتبه کسری	۱۱۹
۱-۳-۵ پایداری مجانبی	۱۱۹
۲-۳-۵ پایداری ورودی کران‌دار- خروجی کران‌دار	۱۲۴
۴-۵ کنترل پذیری و رویت پذیری سیستم‌های خطی نامتغیر با زمان مرتبه کسری	۱۳۱
۱-۴-۵ کنترل پذیری	۱۳۱
۲-۴-۵ رویت پذیری	۱۳۴
۵-۵ پیاده‌سازی توابع تبدیل مرتبه کسری	۱۳۶
۶-۵ سیستم‌های مرتبه کسری غیر خطی	۱۴۰
۱-۶-۵ سیستم نامتغیر با زمان	۱۴۰

- ۵-۶-۲ سیستم متغیر با زمان ۱۴۳
- ۵-۷ معرفی مراجع تکمیلی برای مطالعات بیشتر ۱۴۴
- مراجع ۱۴۴
- فصل ششم: سیستم‌های مرتبه کسری گسسته زمان ۱۴۷**
- مقدمه ۱۴۸
- ۱-۶ نمایش سیستم‌های مرتبه کسری گسسته زمان در فضای شبه حالت ۱۴۸
- ۲-۶ انتخاب سیستم مرتبه کسری گسسته زمان به شرط اولیه ۱۵۱
- ۳-۶ انتخاب سیستم مرتبه کسری گسسته زمان به ورودی و شرط اولیه ۱۵۳
- ۴-۶ پایداری سیستم‌های مرتبه کسری گسسته زمان ۱۵۶
- ۵-۶ دسترس پذیری سیستم‌های مرتبه کسری گسسته زمان ۱۵۹
- ۶-۶ سیستم‌های مرتبه کسری گسسته زمان مثبت ۱۶۳
- ۷-۶ معرفی مراجع تکمیلی برای مطالعات بیشتر ۱۶۵
- مراجع ۱۶۶
- فصل هفتم: سیستم‌های مرتبه توزیع شده ۱۶۹**
- مقدمه ۱۷۰
- ۱-۷ توصیف سیستم‌های مرتبه توزیع شده در حوزه لاپلاس ۱۷۰
- ۷-۱-۱ انتگرال گیر / مشتق گیر با مرتبه توزیع شده ۱۷۰
- ۷-۱-۲ انتگرال گیر / مشتق گیر با تابع توزیع یکنواخت مرتبه ۱۷۱
- ۷-۱-۳ یک فیلتر با مرتبه توزیع شده ۱۷۵
- ۷-۲ توصیف سیستم‌های مرتبه توزیع شده در فضای شبه حالت ۱۷۹
- ۷-۲-۱ عملکرد مشتق مرتبه کسری با مرتبه توزیع شده ۱۷۹
- ۷-۲-۲ سیستم‌های خطی نامتغیر با زمان با مرتبه توزیع شده ۱۸۰
- ۷-۳ بررسی پایداری سیستم‌های مرتبه توزیع شده ۱۸۲
- ۷-۳-۱ بررسی پایداری در سیستم‌های مرتبه توزیع شده با تابع توزیع مرتبه ثابت ۱۸۲

۲-۳-۷	بررسی پایداری در سیستم‌های مرتبه توزیع شده با تابع توزیع مرتبه خطی ۱۸۵
۳-۳-۷	بررسی پایداری در سیستم‌های مرتبه توزیع شده با توابع توزیع مرتبه ضربه‌ای ۱۸۹
۴-۷	معرفی مراجع تکمیلی برای مطالعات بیشتر ۱۹۵
۱۹۶	مراجع ۱۹۶
۱۹۹	فصل هشتم: کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری ۱۹۹
۲۰۰	مقدمه ۲۰۰
۲۰۰	۱-۸ آشنایی با کنترل‌کننده‌های PID مرتبه کسری ۲۰۰
۲۰۳	۲-۸ طراحی کنترل‌کننده‌های PD مرتبه کسری ۲۰۳
۲۰۹	۳-۸ طراحی کنترل‌کننده‌های PID مرتبه کسری ۲۰۹
۲۱۳	۴-۸ کنترل‌کننده‌های I مرتبه کسری پایدارساز ۲۱۳
۲۲۱	۵-۸ کنترل‌کننده‌های P ⁺ مرتبه کسری پایدارساز ۲۲۱
۲۲۴	۶-۸ آشنایی با جبران‌سازهای پیش‌فاز / پس‌فاز مرتبه کسری ۲۲۴
۲۲۶	۷-۸ طراحی جبران‌سازهای پیش‌فاز / پس‌فاز مرتبه کسری ۲۲۶
۲۳۰	۸-۸ معرفی مراجع تکمیلی برای مطالعات بیشتر ۲۳۰
۲۳۱	مراجع ۲۳۱
۲۳۳	فصل نهم: پیاده‌سازی کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری ۲۳۳
۲۳۴	مقدمه ۲۳۴
۲۳۴	۱-۹ تقریب‌های پیوسته زمان ۲۳۴
۲۳۴	۱-۱-۹ روش کارلسون ۲۳۴
۲۳۶	۲-۱-۹ روش ماتسودا ۲۳۶
۲۳۷	۳-۱-۹ روش اوستالوپ ۲۳۷
۲۳۹	۴-۱-۹ روش شارف ۲۳۹
۲۴۱	۲-۹ تقریب‌های گسسته زمان ۲۴۱
۲۴۲	۱-۲-۹ روش مبتنی بر تعریف گراناوالد - لتیکوف ۲۴۲

- ۲۴۳ روش تاستین بازگشتی ۲-۲-۹
- ۲۴۴ روش‌های مبتنی بر پاسخ‌های زمانی ۳-۲-۹
- ۲۴۵ معرفی مراجع تکمیلی برای مطالعات بیشتر ۳-۹
- ۲۴۶ مراجع
- ۲۴۹ واژه‌نامه انگلیسی به فارسی
- ۲۵۵ واژه‌نامه فارسی به انگلیسی
- ۲۶۱ نمایه