

فرآیندهای تصادفی در مالی

تألیف:

دکتر خدیجه حسینی

با مقدمه دکتر حسین عبده تبریزی

نیاز دانش

سرشناسه	: حسنلو، خدیجه، ۱۳۶۰
عنوان و نام پدیدآور	: فرآیندهای تصادفی در مالی / تالیف خدیجه حسنلو؛ با مقدمه حسین عبده تبریزی.
مشخصات نشر	: تهران: نیاز دانش، ۱۳۹۶.
مشخصات ظاهری	: ۱۸۶ ص.
شابک	: 978-600-7724-83-5
وضعیت فهرست‌نویسی	: فیپا
موضوع	: فراگردهای احتمالی
موضوع	: مهندسی مالی
شناسه افزوده	: عبده تبریزی، حسین، ۱۳۳۰، مقدمه‌نویس
رده‌بندی کنگره	: ۱۳۹۶ ق۵/۴۴۴۴۴۴۴۴
رده‌بندی دیویی	: ۵۱۹/۲۳
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۷۴۳۲۳۶
Stochastic processes	
Financial engineering	



نام کتاب	: فرآیندهای تصادفی در مالی
مؤلف	: خدیجه حسنلو
مدیر اجرایی - ناظر بر چاپ	: حمیدرضا محمد شیرازی - محمد شمس
ناشر	: نیاز دانش
صفحه‌آرا	: واحد تولید انتشارات نیاز دانش
نوبت چاپ	: دوم - ۱۳۹۷
شمارگان	: ۱۰۰ نسخه
قیمت	: ۱۸۰۰۰۰ ریال

ISBN:978-600-7724-83-5

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۷۷۲۴-۸۳-۵

هرگونه چاپ و تکثیر (اعم از زیراکس، بازنویسی، ضبط کامپیوتری و تهیه‌ی CD) از محتویات این اثر بدون اجازه کتبی ناشر ممنوع است، متخلفان به موجب بند ۵ از ماده ۲ قانون حمایت از مؤلفان، مصنفان و هنرمندان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

کلیه حقوق این اثر برای ناشر محفوظ است.

آدرس انتشارات: تهران، میدان انقلاب، خیابان ۱۲ فروردین، تقاطع وحید نظری، پلاک ۲۵۵، طبقه ۱، واحد ۲

۰۲۱-۶۶۴۷۸۱۰۶-۶۶۴۷۸۱۰۸-۰۹۱۲۷۰۷۳۹۳۵

www.Niaze-Danesh.com

مشاوره جهت نشر: ۰۹۱۲-۲۱۰۶۷۰۹

آغاز سخن

خواننده‌ی محترم!

کاربردهای گسترده‌ی فرایندهای تصادفی و روش‌های مارتینگل در مالی در سال‌های اخیر توجه بسیار به خود جلب کرده است. مثلاً، می‌دانیم مجله‌ی معتبر *فرایندهای تصادفی و کاربردهای آن* (Stochastic Processes and Their Applications) سال‌هاست که منتشر می‌شود. با نگاهی به فهرست مقاله‌های منتشرشده در این مجله، درمی‌یابیم که بسیاری از آن‌ها به حوزه‌ی مالی مرتبط است: یکی کاربردهای فرایندهای تصادفی را در نظریه‌ی معاملات مداوم دنبال می‌کند، دومی از کاربرد آن در تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان صحبت می‌کند، سومی اثر این فرایندها را در سوآپ‌های نکول اعتباری پی می‌گیرد، چهارمی کاربردها را در حوزه‌ی صنعت بیمه دنبال می‌کند، ... و آن دیگری به نحوه‌ی استفاده از مدل‌های انتشار، قیمت‌گذاری و پوشش مشتقه‌ها اختصاص دارد.

مؤلف در یازده فصل این کتاب نه فقط مفاهیم مربوط به فرایندهای تصادفی را توضیح می‌دهد، بلکه انواع این فرایندها (مارکف، گام تصادفی، انتشار، ...) را شرح می‌دهد. توضیح وی از مارتینگل‌ها به کار هر پژوهشگری می‌آید که در قیمت‌گذاری دارایی‌ها کار می‌کند، و شرحی که وی از کاربرد فرایندهای تصادفی در نظریه‌ی آربیتراژ، مشتقه‌ها و مدیریت ریسک ارائه می‌کند، مفید و آموزنده است.

این کتاب به کار همه‌ی دانشجویان، مدیران و پژوهشگران حوزه‌ی مالی می‌آید که به مباحثی چون «نظریه‌ی مالی»، «مهندسی مالی» و یا «مشتقه‌ها» علاقه‌مندند. در واقع، آنان بدون دانش اولیه از فرایندهای تصادفی دشوار بتوانند چنین موضوعاتی را دنبال کنند و یا قادر باشند مقاله‌های نشریات مالی تخصصی دنیا را بخوانند.

امید می‌رود جلد دوم این کتاب نیز آماده‌ی نشر شود. در آن جلد مباحثی چون معادلات تکامل،

معادله‌ی چپمن کولموگرووف، فرایندهای قطعی (معادله‌ی لیوویل)، گام تصادفی زمان مداوم، انتگرال گیری تصادفی، معادله‌ی لانگوین، الگوریتم‌های اویلر-مارویاما، الگوریتم میلستین، مدل واسچک، مدل کاکس-اینگرسول-راس، فرایند ریلی وبسل، ... را می‌توان پوشش داد.

نگارش این کتاب از ریاضی‌دانی ساخته است که «مالی» را هم بداند؛ چنین است که سرکار خانم دکتر حسنلو برای انجام این مهم حائز همه‌ی شرایط است.

ارادتمند

حسین عبده تبریزی

اول خردادماه ۱۳۹۶

www.ketab.ir

پیشگفتار

از خلاف آمد عادت بطلب کام که من
کسب جمعیت از آن زلف پریشان کردم

در سال‌های اخیر رشته‌ی مهندسی مالی در مقطع کارشناسی ارشد دانشگاه‌های کشور، با استقبال گرم فارغ‌التحصیلان رشته‌های مختلف تحصیلی مهندسی صنایع، مدیریت مالی، ریاضیات، حسابداری و ... مواجه شده است. مسیر توسعه‌ی این رشته، تحصیلی جذاب، قطعاً با تألیف کتاب‌های درسی مناسب هموارتر می‌شود.

درس فرآیندهای تصادفی یکی از درس‌های اصلی رشته‌ی مهندسی مالی می‌باشد که پیش‌نیاز اغلب درس‌های این رشته بوده و از اهمیت خاصی برخوردار است. بنابراین، نیاز به منابع فارسی که مفاهیم پیچیده این درس را به بیانی قابل فهم برای دانشجویان و به صورت کاربردی توضیح دهد، به شدت احساس می‌شد. به رغم ده‌ساله شدن مهندسی مالی در ایران هیچ مرجع فارسی مناسبی در این حوزه تدوین نشده است. از این‌رو، ماحصل شش سال تدریس درس فرآیندهای تصادفی در مالی و تلاش بی‌وقفه در گردآوری سرفصل‌ها و محتوای جامع برای آن منجر به منابع معتبر و به‌روز را در تألیف کتاب پیش‌رو به کار گرفتیم؛ امید است این تلاش بتواند بخشی از نیاز جامعه‌ی دانشگاهی را پاسخگو باشد.

این کتاب نخست، مقدمات و پیش‌نیازهای بحث را با ترتیبی مناسب و پیوسته در فصل‌های ابتدایی بیان می‌کند و سپس با معرفی فرآیندهای تصادفی مارکوف، فرآیندهای تولد و مرگ، مدل گام تصادفی و مدل‌های انتشار، خواننده را برای ورود به کاربردهای مالی در فرآیندهای تصادفی آماده می‌کند. دانشجویان کارشناسی ارشد مهندسی مالی که از رشته‌های غیرمهندسی به این رشته آمده‌اند و در درک بعضی مفاهیم ریاضی مشکلاتی دارند، با خواندن این فصل‌ها، قادر به درک و

حل مسایل مربوط به فرآیندهای تصادفی مالی خواهند شد.

در فصول انتهایی کتاب، مباحث کاملاً تخصصی از جمله قیمت‌گذاری مشتقه‌ها از طریق مارتینگل‌ها، قیمت‌گذاری آربیتراژ و معادلات دیفرانسیل تصادفی و جزئی بررسی می‌شود. در فصل پایانی کتاب به فرآیندهای انتشار-پرش پرداخته شده که کاربرد وسیعی در مهندسی مالی و بخصوص قیمت‌گذاری مشتقه‌ها دارد.

کتاب با ارائه مثال‌های مناسب در حوزه‌ی مالی در کنار مسائل پایان هر فصل، به خواننده در درک عمیق‌تر مفاهیم کمک می‌کند. لازم به ذکر است که آشنایی کافی با احتمالات و معادلات دیفرانسیل، در ادگیری مباحث این کتاب مورد نیاز است.

از خوانندگان عزیز درخواست می‌شود با ارائه‌ی نقطه نظرهای خود، به افزایش غنای این کتاب در ویرایش‌های بعدی کتاب بپردازند.

خدیجه حسنیلو

استادیار گروه مهندسی صنایع دانشگاه خاتم

فهرست مطالب

فصل ۱ مرور بر نظریه احتمالات و متغیرهای تصادفی

- ۱-۱ تعاریف ۱۱
- ۲-۱ متغیر تصادفی ۱۴
- ۳-۱ توزیع‌های پر کاربرد گسسته ۱۵
- ۴-۱ توزیع‌های شرطی برای متغیرهای گسسته ۱۶
- ۵-۱ توزیع‌های پر کاربرد پیوسته ۱۷
- ۶-۱ چند قضیه پر کاربرد در احتمالات ۱۸
- ۷-۱ آشنایی با توابع زاینده ۲۰
- ۱-۷-۱ توزیع‌های مرکب ۲۲
- ۲-۷-۱ تابع زاینده (مولد) گشتاور ۲۳
- مسائل ۲۵

فصل ۲ مقدمه‌ای بر فرآیندهای تصادفی

- ۱-۲ انواع فرآیندهای تصادفی ۲۷
- ۲-۲ مانایی ۲۹
- ۳-۲ ارگودیسیتی ۳۴
- ۴-۲ فرآیند شمارشی ۳۵
- مسائل ۴۰

فصل ۳ فرآیندهای مارکف

- ۱-۳ فرآیندهای مارکف گسسته (زنجیره‌های مارکف) ۴۱
- ۲-۳ زنجیر ارنفست ۴۶

۴۷		۳-۳ زمان اصابت
۵۰		۴-۳ طبقه‌بندی وضعیت‌ها و زنجیره‌ها
۵۷		۵-۳ فرآیندهای مارکف در زمان پیوسته
۵۷		۶-۳ فرآیند پواسون
۶۱		مسائل

فصل ۴ فرآیند گام تصادفی

۶۳		۱-۴ مقدمه
۶۴		۲-۴ ورشستگی قمارباز (تابودی بازیگر)
۶۸		۳-۴ مدل‌های پیشرفته‌تر گام تصادفی
۶۹		۴-۴ فرضیه گام تصادفی و کارایی بازار
۷۲		۵-۴ فرآیند گام تصادفی قیمت سهم
۷۵		مسائل

فصل ۵ فرآیندهای همگن تولد و مرگ

۷۷		۱-۵ فرآیند تولد ساده
۷۹		۲-۵ فرآیند مرگ ساده
۸۰		۳-۵ فرآیند تولد-مرگ

فصل ۶ فرآیندهای انتشار

۸۳		۱-۶ تعاریف
۸۵		۲-۶ فرآیند وینر
۸۸		۳-۶ فرآیند وینر تعمیم یافته
۸۹		۴-۶ فرآیند ایتو
۹۰		۵-۶ فرآیند قیمت سهام
۹۲		۶-۶ مدل با زمان گسسته
۹۳		۷-۶ شبیه‌سازی مونت کارلو
۹۵		۸-۶ لم ایتو
۹۶		۹-۶ کاربرد برای پیمان‌های آتی
۹۸		۱۰-۶ انتقادهای وارد شده به حرکت برآونی هندسی

مسائل ۹۹

فصل ۷ مارتینگل‌ها

- ۱-۷ تعریف ریاضی (حالت زمان گسته) ۱۰۱
- ۲-۷ مارتینگل‌های زمان پیوسته ۱۰۴
- ۳-۷ کاربرد مارتینگل‌ها در قیمت‌گذاری دارایی‌ها ۱۰۵
- ۴-۷ نقش مارتینگل‌ها در مدل‌سازی تصادفی ۱۰۷
- ۵-۷ مثال‌هایی از مارتینگل‌ها ۱۰۹
- ۶-۷ تجزیه ریب-ایر ۱۱۵
- ۷-۷ روش‌های مارتینگل و قیمت‌گذاری ۱۱۹
- ۸-۷ تفاوت بین فرآیند مارتینگل و فرآیند گام تصادفی ۱۲۵
- مسائل ۱۲۷

فصل ۸ قیمت‌گذاری آربیتراژ

- ۱-۸ مقدمه ۱۲۹
- ۲-۸ نظریه آربیتراژ ۱۳۱
- مسائل ۱۳۹

فصل ۹ پویایی‌های مربوط به قیمت مشتقه‌ها (معادلات یفرانسیل تصادفی)

- ۱-۹ مقدمه ۱۴۱
- ۲-۹ یک توصیف هندسی از مسیرهای ضمنی SDE ها ۱۴۳
- ۳-۹ راه حل SDE ها ۱۴۵
- ۱-۳-۹ انواع راه حل‌ها ۱۴۵
- ۲-۳-۹ کدام راه حل کامل تر است؟ ۱۴۷
- ۴-۹ مدل‌های اصلی SDE ها ۱۴۸
- ۱-۴-۹ SDE های خطی با ضریب ثابت ۱۴۸
- ۲-۴-۹ SDE های هندسی ۱۵۰
- ۳-۴-۹ فرآیند ریشه دوم ۱۵۱
- ۴-۴-۹ فرآیند بازگشت به میانگین ۱۵۲

۱۵۴ اورنشتین-اولنیک ۵-۴-۹

۱۵۵ مسائل

فصل ۱۰ قیمتگذاری مشتقه‌ها (معادلات دیفرانسیل جزئی)

۱۵۷ ۱-۱۰ تشکیل پرتفوی بدون ریسک

۱۶۱ ۲-۱۰ دقت روش

۱۶۳ ۳-۱۰ معادلات دیفرانسیل جزئی

۱۶۴ ۱-۳-۱۰ چرا PDE یک معادله است؟

۱۶۴ ۳-۱۰ منظور از شرط مرزی چیست؟

۱۶۵ ۴-۱۰ بجه‌بندی PDEها

۱۶۶ ۱-۴-۱۰ خط مرتبه اول

۱۶۷ مسائل

فصل ۱۱ فرآیندهای انتشار پرش

۱۶۹ ۱-۱۱ مقدمه

۱۷۰ ۲-۱۱ فرآیندهای لوی

۱۷۶ ۳-۱۱ فرآیندهای فرا لوی

۱۷۷ ۴-۱۱ کالیبره کردن مدل

۱۸۰ ۵-۱۱ پوشش ریسک پرش

۱۸۳ ۶-۱۱ مدیریت ریسک در مدل‌های پرش