

روش‌های عددی در

علوم و مهندسی

تدوین

اکثر مریم سربلند

عضو هیئت علمی دانشگاه امام‌الاسلامی واحد ساوه

دکتر عظیم امین عطایی

عضو هیئت علمی دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی



شماره ۴۶۲

سرشناسه: سربلند، مریم، ۱۳۶۲

عنوان و نام پدیدآور: روش‌های عددی در علوم و مهندسی / تدوین مریم سربلند و عظیم امین عطائی.
مشخصات نشر: تهران: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، انتشارات، ۱۳۹۷.
مشخصات ظاهری: ۵۰۰ ص.: مصور، جدول، نمودار.

شابک: 978-622-6029-26-1

وضعیت فهرست نویسی: فیپا

یادداشت: واژه‌نامه

موضوع: آنالیز عددی

موضوع: آنالیز عددی - برنامه‌ریزی آموزشی (عالی)

موضوع: ریاضیات - مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)

موضوع: آنالیز عددی - مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)

شناسه افزوده: امین عطائی، عظیم، ۱۳۱۶

رده بندی کنگره: ۱۳۹۷ ۴۹۰/س Q۸۲۹۷

رده بندی دیویی: ۵۱۹/۴

شماره کتابشناسی ملی: ۵۴۲۷۸۷۸

press.kntu.ac.ir

ناشر: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

عنوان: روش‌های عددی در علوم و مهندسی

تدوین: دکتر مریم سربلند و دکتر عظیم امین عطائی

نوبت چاپ: اول

تاریخ انتشار: آبان ۱۳۹۷

شمارگان: ۲۰۰ جلد

چاپ: پدیدرنگ

صحافی: گرنامی

قیمت: ۵۰۰۰۰ تومان

تمام حقوق برای ناشر محفوظ است

خیابان میرداماد غربی - شماره ۴۷۰ - انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی - تلفن: ۸۸۸۸۱۰۵۲

میدان ونک - خیابان ولی‌عصر (مت) - بالاتر از چهارراه میرداماد - شماره ۲۶۲۶ - مرکز بخش و فروش انتشارات

تلفن: ۸۸۷۷۲۲۷۷ رایانامه: press@kntu.ac.ir - تارنما (فروش برخط): press.kntu.ac.ir

برخی از مسائل ریاضیات چون تعیین ریشه‌های یک معادله، مقدار مشتق یک تابع در یک نقطه، مقدار جواب یک معادله دیفرانسیل در نقطه معلوم که در شاخه‌هایی چون فیزیک و علوم مهندسی ظاهر می‌شود، با روش‌های تحلیلی و دقیق قابل حل نمی‌باشند. بنابراین برای به دست آوردن جواب‌های عددی مسائل یاد شده، باید روش‌هایی طراحی و اجرا کرد. برای این منظور، محاسبات عددی به تنظیم، مطالعه و طراحی روش‌های عددی برای یافتن جواب‌های عددی این مسائل، می‌پردازد. در کتاب حاضر، برآنیم تا روش‌های عددی مناسب را برای مسائل مختلف ارائه دهیم. کتاب روش‌های عددی می‌تواند مورد استفاده دانشجویان در رشته ریاضی و تمامی رشته‌های مهندسی مورد استفاده قرار گیرد.

کتاب حاضر شامل دوازده فصل است که به شرح زیر خلاصه می‌شود:

در فصل اول، روش‌های مختلف برای حل مسائل عددی ارائه شده است. فصل دوم، روش‌های خاصی را برای تعیین حدود و تعداد ریشه‌های معادلات چندجمله‌ای مورد مطالعه قرار می‌دهد. در فصل سوم، روش‌های عددی برای محاسبات جبری و غیر جبری با دقت متناوب مورد بررسی قرار می‌گیرد. در فصل چهارم، روش‌های عددی مختلفی برای حل دستگاه معادلات جبری خطی ارائه می‌شود. در فصل پنجم، انواع مسائل انتگرال را بیان می‌کنیم. در فصل ششم، روش‌هایی برای تعیین چندجمله‌ای درونیاب در حالتی که فواصل بین نقاط مساوی است، ارائه می‌شود. در فصل هفتم، فرمول‌های درونیابی تفاضل مرکزی به منظور بهبود چندجمله‌ای درونیاب در نقاطی نزدیک ابتدا و انتهای بازه درونیاب، مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در فصل هشتم، روش‌های تعیین چندجمله‌ای درونیاب در حالتی که فواصل بین نقاط مساوی نیست، مورد بررسی قرار می‌گیرد. فصل نهم به انتگرال و دیفرانسیل عددی اختصاص دارد و در آن روش‌های تعیین مشتق یا مقدار تقریبی انتگرال معین توابع جدولی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. در فصل دهم، معادلات تفاضلی و انواع مختلف آن معرفی می‌شود. در فصل یازدهم، روش‌های عددی برای حل تقریبی معادلات دیفرانسیل معمولی با شرایط اولیه، ارائه می‌شود. در انتها، در فصل دوازدهم، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی مورد مطالعه قرار می‌گیرد و روش‌های عددی مختلفی برای حل تقریبی جواب این نوع از معادلات معرفی می‌شود.

بر خودمان لازم می‌دانیم، از مسئولان محترم انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی که انتشار این کتاب را بر عهده گرفته‌اند، نهایت تشکر و سپاسگزاری کنیم. هم‌چنین از همکاری

مدیران محترم دانشکده ریاضی که با صرف اوقات گران‌بهای خویش در جلسات شورای دانشکده سبب انتشار این کتاب شده‌اند، تشکر می‌شود.

از آنجایی که چاپ اول کتاب است از کمی‌ها و کاستی‌ها به دور نیست، روشن است تذکرات خوانندگان گرامی اعم از همکاران محترم هیئت علمی و دانشجویان عزیز موجب خرسندی خواهد بود، بنابراین از دریافت نظرها و پیشنهادهای سازنده ایشان سپاسگزار خواهیم شد.

مریم سریلند

عظیم امین عطانی

تیر ۱۳۹۷ شمسی

www.ketab.ir

۱	فصل اول معادلات تجربی و برازش منحنی
۱	۱.۱ مقدمه
۱	۲.۱ معادله خطی
۲	۳.۱ معادلات تحویل پذیر به معادله خطی
۵	تمرین ۱
۷	جوابها
۷	۴.۱ روش گروه میانگین
۱۰	۵.۱ معادلات شامل سه ثابت
۱۷	تمرین ۲.۱
۱۹	جوابها
۱۹	۶.۱ روش حداقل مربعات
۲۱	۷.۱ برازش خط راست
۲۴	۸.۱ برازش یک سهمی
۲۸	۹.۱ برازش منحنی نمایی
۲۸	۱۰.۱ برازش منحنی $y = ce^{kx}$
۳۲	۱۱.۱ مجموع مربع خطاها
۳۳	تمرین ۳.۱
۳۵	جوابها

۱۲.۱ روش لحظه‌ها ۳۶

تمرین ۴.۱ ۴۱

جواب‌ها ۴۱

فصل دوم نظریه معادلات ۴۳

۱.۲ مقدمه ۴۳

۲.۲ ارتباط بین ریشه‌ها و ضرایب ۴۴

۳.۲ معادلات با ضرایب حقیقی و ریشه‌های موهومی ۵۰

۴.۲ معادلات با ضرایب گویا و ریشه‌های اصم ۵۱

تمرین ۱.۲ ۵۲

جواب‌ها ۵۳

۵.۲ توابع متقارنی از ریشه‌ها ۵۴

۶.۲ تشکیل معادلاتی که ریشه آنها داده شده است ۵۵

۷.۲ تبدیل معادلات ۵۸

۸.۲ ریشه‌های چندگانه ۶۲

تمرین ۲.۲ ۶۳

جواب‌ها ۶۴

۹.۲ معادلات معکوس ۶۵

تمرین ۳.۲ ۷۰

جواب‌ها ۷۱

۱.۳	مقدمه	۷۳
۲.۳	روش تنصیف	۷۵
۳.۳	روش تقریب‌های متوالی	۷۸
۴.۳	روش ناب‌جایی	۸۳
۱.۳	تمرین	۸۶

جواب‌ها		۸۷
۵.۳	روش تکراری نیوتن	۸۸
۶.۳	تفسیر هندسی	۸۹
۷.۳	همگرایی روش نیوتن - اف‌بوز	۹۰
۸.۳	همگرایی روش نیوتن - اف‌بوز	۹۱
۹.۳	روش هرنر	۹۷
۱۰.۳	دستور علامت دکارتز	۹۹
۱۱.۳	ریشه گرافیز روش مجذور کردن	۹۹
۲.۳	تمرین	۱۰۷

جواب‌ها		۱۰۹
فصل چهارم دستگاه معادلات جبری خطی		
۱.۴	مقدمه	۱۱۱
۲.۴	روش حذفی گوس	۱۱۲
۳.۴	روش گوس - جردن	۱۲۱
۴.۴	محاسبه ماتریس معکوس توسط روش حذفی گوس	۱۲۶

تمرین ۱.۴ ۱۳۱

جواب‌ها ۱۳۲

۵.۴ روش تجزیه کردن یا مثلثی کردن ۱۳۳

۶.۴ روش کروت ۱۴۱

۷.۴ محاسبه ماتریس معکوس توسط روش کروت ۱۵۱

تمرین ۲.۴ ۱۵۳

جواب‌ها ۱۵۴

۸.۴ روش‌های تکرار ۱۵۵

۱.۸.۴ روش تکرار ژاکوبی ۱۵۵

۲.۸.۴ روش تکراری گوس ۱۶۲

۱.۸.۴ روش تخفیف ۱۶۹

تمرین ۳.۴ ۱۷۴

جواب‌ها ۱۷۵

فصل پنجم تفاضلات متناهی ۱۷۷

۱.۵ مقدمه ۱۷۷

۲.۵ تفاضلات متناهی ۱۷۷

۳.۵ تفاضلات پیشرو ۱۷۸

۴.۵ تفاضلات پسرو ۱۸۱

۵.۵ تفاضلات مرکزی ۱۸۳

۶.۵ تفاضلات چندجمله‌ای ۱۸۵

۷.۵ چندجمله‌ای فاکتورگیری ۱۸۶

۱۸۸ ۹.۵ چندجمله‌ای در نماد سازه‌ای

۱۹۵ ۱۰.۵ انتشار اشتباه در جدول تفاضل

۱۹۹ ۱۱.۵ دیگر عامل‌های تفاضل

۲۰۶ ۱۲.۵ حاصل جمع سری‌ها

۲۱۱ تمرین ۱.۵

۲۱۶ جواب‌ها

۲۱۹ فصل ششم درونیابی با فواصل مساوی

۲۱۹ ۱.۶ مقدمه

۲۲۰ ۲.۶ فرمول درونیابی پیشرو نیمه‌ی یگوری

۲۲۲ ۳.۶ فرمول درونیابی پسرو نیمه‌ی کریگ

۲۲۴ ۴.۶ خطای چندجمله‌ای درونیاب

۲۲۵ ۵.۶ جملات هم فاصله با یک با چند مقدار

۲۲۷ تمرین ۱.۶

۲۴۰ جواب‌ها

۲۴۱ فصل هفتم فرمول‌های درونیابی تفاضل مرکزی

۲۴۱ ۱.۷ مقدمه

۲۴۲ ۲.۷ فرمول درونیابی پیشرو گوس

۲۴۴ ۳.۷ فرمول درونیابی پسرو گوس

۲۴۶ ۴.۷ فرمول استرلینگ

۲۴۷ ۵.۷ فرمول بسل

۲۵۰ ۶.۷ فرمول اورت-لایلاس

۲۵۱.....	۷.۷ ارتباط بین فرمول بسل و فرمول اورت-لاپلاس
۲۵۲.....	۸.۷ سودمندی فرمول‌های درونیایی تفاضلات مرکزی
۲۵۹.....	تمرین ۱.۷
۲۶۰.....	جواب‌ها
۲۶۳.....	فصل هشتم درونیایی با فاصله‌های نامساوی
۲۶۳.....	۱.۸ مقدمه
۲۶۳.....	۲.۸ خرج قسمت‌های تفاضلی
۲۶۶.....	۱.۲.۸ خواص خارج قسمت‌های تفاضلی
۲۶۹.....	۲.۲.۸ از ادا بین تفاضلات تقسیمی و تفاضلات متناهی پیشرو
۲۶۹.....	۳.۸ تفاضل تقسیمی متناهی
۲۷۶.....	تمرین ۱.۸
۲۷۷.....	جواب‌ها
۲۷۷.....	۴.۸ درونیایی لاگرانژ
۲۸۱.....	۵.۸ درونیایی معکوس
۲۸۲.....	۱.۵.۸ روش لاگرانژ
۲۸۳.....	۲.۵.۸ روش تکراری
۲۸۷.....	تمرین ۲.۸
۲۸۹.....	جواب‌ها
۲۹۱.....	فصل نهم انتگرال و دیفرانسیل عددی
۲۹۱.....	۱.۹ دیفرانسیل عددی
۲۹۲.....	۲.۹ مشتقات با استفاده از فرمول تفاضل پیشرو نیوتن
۲۹۴.....	۳.۹ مشتقات با استفاده از فرمول تفاضل پسرو نیوتن
۲۹۶.....	۴.۹ مشتق‌گیری با استفاده از فرمول استرلینگ

۳۰۶ تمرین ۱.۹

۳۰۹ جواب‌ها

۳۰۹ ۶.۹ انتگرال گیری عددی

۳۱۰ ۷.۹ فرمول عمومی مربع

۳۱۱ ۸.۹ روش دوزنقه‌ای

۳۱۲ ۹.۹ روش $\frac{1}{3}$ سیمپسون (سه‌می)

۳۱۳ ۱۰.۹ روش $\frac{3}{8}$ سیمپسون

۳۱۴ ۱۱.۹ روش ودل

۳۱۵ ۱۲.۹ خطاها در فرمول‌های ۱۰.۹ تا ۱۱.۹

۳۱۶ ۱.۱۲.۹ خطای روش دوزنقه‌ای

۳۱۷ ۲.۱۲.۹ خطای روش $\frac{1}{3}$ سیمپسون

۳۱۹ ۳.۱۲.۹ خطای روش $\frac{3}{8}$ سیمپسون و روش ودل

۳۲۴ ۱۳.۹ روش رامبرگ

۳۲۷ تمرین ۲.۹

۳۳۰ جواب‌ها

۳۳۳ فصل دهم معادلات تفاضلی

۳۳۳ ۱.۱۰ معادله تفاضلی

۳۳۴ ۱.۱.۱۰ مرتبه معادله تفاضلی

۳۳۴ ۲.۱.۱۰ درجه معادله تفاضلی

۳۳۵..... حل معادله تفاضلی ۳.۱.۱۰

۳۳۵..... تشکیل معادله تفاضلی ۲.۱۰

۳۳۶..... معادلات تفاضلی خطی ۳.۱۰

۳۳۸..... معادلات تفاضلی همگن خطی با ضرایب ثابت ۴.۱۰

۳۴۳..... معادلات تفاضلی ناهمگن خطی با ضرایب ثابت ۵.۱۰

۳۴۹..... تمرین ۱.۱۰

۳۵۱..... جوابها

۳۵۲..... فصل یازدهم معادلات دیفرانسیل معمولی

۳۵۳..... ۱.۱۱ مقدمه

۳۵۵..... ۲.۱۱ روش حل سری های توانی

۳۵۷..... ۳.۱۱ روش های نقطه ای

۳۵۸..... ۴.۱۱ حل توسط سری تیلور

۳۶۲..... ۵.۱۱ روش سری تیلور برای دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه اول

۳۶۴..... ۶.۱۱ روش سری تیلور برای معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم

۳۶۸..... ۷.۱۱ روش پیکارد برای تقریب های متوالی

۳۷۱..... ۸.۱۱ روش پیکارد برای دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه اول

۳۷۳..... ۹.۱۱ روش پیکارد برای معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم

۳۷۵..... تمرین ۱.۱۱

۳۷۷..... جوابها

۳۷۸..... ۱۰.۱۱ روش اویلر

۳۸۰..... ۱۱.۱۱ روش اویلر بهبود یافته

۳۸۱..... ۱۲.۱۱ روش اویلر اصلاح شده

۳۸۹..... جوابها

۳۹۰..... ۱۳.۱۱ روش رونگ

۳۹۲..... ۱۴.۱۱ روش رونگ-کوتا

۳۹۳..... ۱.۱۴.۱۱ روش رونگ-کوتای مرتبه اول

۳۹۳..... ۲.۱۴.۱۱ روش رونگ-کوتای مرتبه دوم

۳۹۴..... ۱۵.۱۱ روش برای رونگ-کوتای مراتب بالاتر

۴۰۰..... ۱۶.۱۱ روش رونگ-کوتا برای دستگاه معادلات مرتبه اول

۴۰۴..... ۱۷.۱۱ روش رونگ-کوتا برای معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم

۴۰۵..... تمرین ۳.۱۱

۴۰۸..... جوابها

۴۰۹..... ۱۸.۱۱ روشهای پیشگویی اصلاح گر

۴۱۰..... ۱۹.۱۱ روش میلن

۴۱۵..... ۲۰.۱۱ روش آدامز-بشفورت

۴۱۹..... تمرین ۴.۱۱

۴۲۱..... جوابها

۴۲۳..... فصل دوازدهم حل عددی معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

۴۲۳..... ۱.۱۲ مقدمه

۴۲۳..... ۲.۱۲ تفاضلات تقسیمی

۴۲۷..... ۳.۱۲ نمایش هندسی تفاضلات جزئی تقسیمی

۴۲۹..... ۴.۱۲ رده بندی معادلات دیفرانسیل جزئی

۴۳۰..... ۵.۱۲ معادلات بیضوی

۶.۱۲ حل معادله لاپلاس توسط روند تکراری لیب من ۴۳۲

۷.۱۲ معادله بواسن و حل آن ۴۴۴

تمرین ۱.۱۲ ۴۴۸

جوابها ۴۵۰

۸.۱۲ معادلات سهموی ۴۵۱

۱.۸.۱۲ روش بندر - اسمیت ۴۵۱

۸.۱۲ روش کرنک - نیکلسون ۴۵۵

تمرین ۲.۱۲ ۴۵۹

جوابها ۴۶۰

۹.۱۲ معادلات هذلولی ۴۶۲

تمرین ۳.۱۲ ۴۶۶

جوابها ۴۶۶

۱۰.۱۲ حل معادلات دیفرانسیل جزئی توسط روش نختی ۴۶۷

تمرین ۴.۱۲ ۴۷۲

جوابها ۴۷۲

منابع ۴۷۳

واژه‌نامه ۴۷۵