

بُشْرَى



۳

# حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی

(ویرايش چهاردهم)

جلد اول (قسمت دوم)

Based on the original work by

GEORGE B. THOMAS, JR.  
Massachusetts Institute of Technology

as revised by

JOEL HASS  
University of California, Davis

CHRISTOPHER HEIL  
Georgia Institute of Technology

MAURICE D. WEIR  
Naval Postgraduate School

ترجمه

فرزین حاجی جمشیدی - مهرداد آزادی

محمدعلی اسلامی خوزانی

عنوان و نام پدیدآور	: حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی / [نویسنده چهاردهم، ... [و دیگران]] : ترجمه فرزین حاجی جمشیدی، مهرداد آزادی.
مشخصات نشر	: تهران : صفار، ۱۳۹۷
مشخصات ظاهري	: ج: مصور(رنگي)، جدول(رنگي)، نمودار(رنگي). ۲۹x۲۹ cm.
شابك	: دوره: ۶-۵۴۹-۹۷۸-۳۸۸-۵۴۸-۹؛ ج. ۱، ق. ۱: ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۸-۵۴۶-۵؛ ج. ۲، ق. ۲: ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۸-۵۴۷-۲؛ ج. ۲: ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۸-۵۴۸-۹
وضعیت فهرست نویسی	: فیبا
یادداشت	: عنوان اصلی: Thomas' calculus, 14 th ed, 2018.
یادداشت	: نویسنده چهاردهم، توماس، جوئل هاس، کریستوفر هیل، موریس د. ویر.
یادداشت	: کتاب حاضر بر اساس کتاب "حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی" اثر جورج ب. توماس است که در ویراستهای قبلی اثر اصلی توماس مولف است.
یادداشت	: مترجمین بخش دوم از جلد اول، فرزین حاجی جمشیدی و محمدعلی اسلامی خوزانی.
موضوع	: حسابان
موضوع	: Calculus
موضوع	: حساب دیفرانسیل
موضوع	: Differential calculus
موضوع	: حساب دیفرانسیل
موضوع	: Differential calculus
موضوع	: هندسه تحلیلی
موضوع	: Geometry, A. lytic
شناسه افزوده	: ت. تاس، جورج برینتون، ۱۹۱۴ - ۲۰۰۶.
شناسه افزوده	: Thomas, George B. (George Brown)
شناسه افزوده	: حاجی جمشیدی، فرزین - ۱۳۲ -، مترجم
شناسه افزوده	: آزادی، مهرداد مت -
رد پندی کنگره	: ۱۳۹۷ ت ۱۳۹۷/۵/۳
رد پندی دیوبی	: ۵۱۵/۱۵
شماره کتابشناسی ملی	: ۵۲۴۳۲۳۸

### فهرستنويسي پيش از انتشار: انتشارات صفار

نام کتاب	: حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی - ویرایش چهاردهم، 2018 (جلد اول قسمت دوم)
مؤلفین	: جورج ب. توماس - جوئل هاس - کریستوفر هیل - موریس د. ویر
مترجمین	: فرزین حاجی جمشیدی - مهرداد آزادی - محمدعلی اسلامی خوزانی
ویرایش گر	: مهسا صدیقی نیا
طرح جلد	: فرهاد کمالی
حروفچینی	: معرفت
لیتوگرافی	: گنج شایگان ①
چاپ متن	: گنج شایگان ②
شمارگان	: ۲۲۰۰ نسخه
نوبت چاپ	: اول- پايز ۱۳۹۷
قيمت	: ۴۰۰۰۰ ریال
ناشر	: انتشارات صفار
مرکز پخش	: خیابان انقلاب- روبروی دبیرخانه دانشگاه تهران- بازارچه کتاب- طبقه همکف انتشارات اشراقی ③ تلفن: ۰۶۶۹۷۰۹۹۲ ۶۶۴۰۸۴۸۷
	: خیابان انقلاب- روبروی دبیرخانه دانشگاه تهران- بازارچه کتاب- طبقه زیرین پخش کتاب بینش ④ ۶۶۴۹۶۲۹۹ کتابفروشی صفا ⑤ ۶۶۹۷۸۸۴۶

www.saffarpublishing.ir

www.Eshraghi.ir

Email: saffar\_publishing@yahoo.com

ISBN 978-964-388-547-2

ISBN 978-964-388-549-6

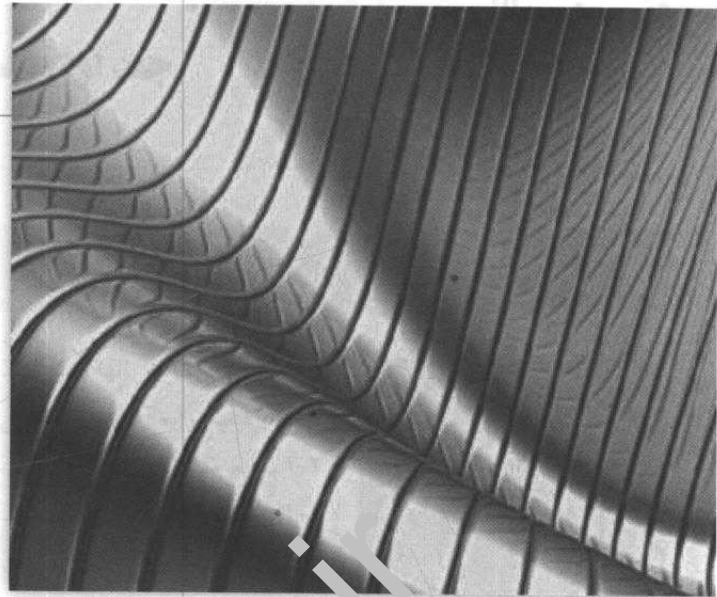
شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۸-۵۴۷-۲

شابک دورك: ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۸-۵۴۹-۶

این اثر، مشمول قانون حمایت مؤلفان و مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است، هر کس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه مؤلف (ناشر) نشر، یا پخش یا عرضه کند مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

مدیریت واحد تولید انتشارات صفار: ۰۹۱۲-۱۰۷۳۰۰۳

# مقدمه



برایش چهاردهم کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال توماس، برداشتی مدرن از حسابان را با گسترش رک مفهومی از ایده‌های مهم ریاضی ارائه می‌دهد.  
این کتاب دنباله‌ای از مباحث حسابان را که معمولاً سه‌تاریخی در چند نیمسال تحصیلی خود نیاز ارند پشتیبانی می‌کند.

توضیحات شهودی دقیق، مثال‌های منتخب فکورانه، نمودارهای عالی، جموعه‌ای کامل از تمرین‌ها مسائل شالوده این کتاب را تشکیل می‌دهند. در این ویرایش سعی کرده‌ایم که به سازی کتاب را در هر و مسیر آماده‌سازی آن برای اهداف امروزه دانشجویان و کاربردهای آن در جهان متغیر کنونی ادامه دهیم. بسیاری از دانشجویان تحت تأثیر حسابان دوره دیبرستان هستند. برخی از آنها تجربه موفق خود در گذراندن این دروس در کالج مقایسه می‌کنند. به هر حال نتیجه مهارت در کسب توانایی برای حسابات و بی‌توجهی به شکاف‌های بنیدین در جبر و هندسه همراه با درک ضعیف از مفاییه بحث حسابان بوده است.

هدف ما در این کتاب برآورده کردن نیازهای جمعیت رو به افزایش پژوهش‌گران و علاقمندان به مباحث حسابان است.

ما به دقت مباحث مژوی کافی (در کتاب و پیوست‌ها)، جواب‌هایی با ذکر کامل جزئیات و مثال‌ها تمرین‌های گوناگون را فراهم کرده‌ایم تا درک کاملی برای دانشجویان در کلیه سطوح فراهم سازیم. در کتاب مطالب فراوانی در جهت حمایت از بالندگی تفکر ریاضی، بسیار فراتر از فقط حفظ فرمول‌ها روش‌ها ارائه شده است. ما چگونگی تعمیم مفاهیم کلیدی ریاضی را وقتی برای اوین بار معرفی شوند نشان می‌دهیم.

پیوست‌ها در کلیه جهات، سعی دارند مفاهیم جدید را با مفاهیمی که قبلاً مطالعه شده‌اند پیوند دهند. پس از مطالعه حساب دیفرانسیل و انتگرال توماس حل مسائل و توانایی‌های استدلایلی ما در بسیاری از جنبه‌های گوناگون زندگی گسترش می‌یابد.

تسلط بر این مطالب زیبا و خلاقانه همراه با بسیاری کاربردهای مهم در میدان‌های گوناگون، پاداشی سمت که بدست می‌آوریم. هدیه اصلی مطالعه حسابان، توانایی ما در تفکر منطقی و دقیق، درک آنچه که عرفی شده، آنچه که فرض شده و آنچه استنتاج شده و یادگیری چگونگی تفکر عقلایی و تعمیم منطقی سائل است.

هدف ما در این کتاب پشتیبانی این اهداف بوده است.

## فهرست مطالب

### جلد اول (قسمت اول)

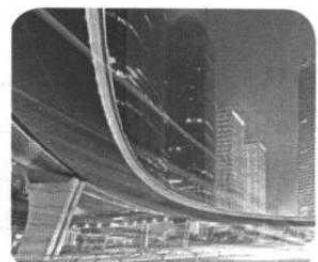
۳ ..... مقدمه

## ۱ توابع



۱۳	۱-۱ توابع و نمودار آنها
۲۵	۱-۲ ترکیب توابع؛ انتقال و مقیاس‌بندی نمودارها
۳۲	۱-۳ توابع مثلثاتی
۴۰	۱-۴ تقسیم با نرم‌افزار
۴۳	سوالات مروری
۴۴	تمرین‌های عملی
۴۶	تمرین‌های اضافی و پیشرفتی

## ۲ حدود و پیوستگی



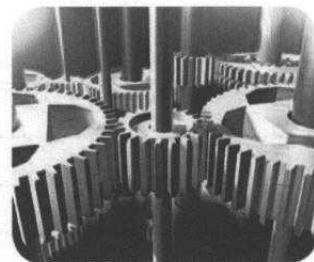
۴۹	۲-۱ حدود و پیوستگی
۵۴	۲-۲ حد تابع و قوانین حد
۶۴	۲-۳ تعریف دقیق حد
۷۳	۲-۴ حدود یک طرفه
۸۰	۲-۵ پیوستگی
۹۰	۲-۶ حدود شامل بی‌نهایت، مجانب‌های نمودار
۱۰۲	سوالات مروری
۱۰۳	تمرین‌های عملی
۱۰۵	تمرین‌های اضافی و پیشرفتی

## ۳ مشتقات



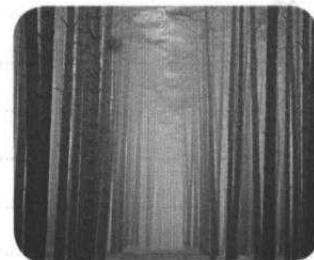
۱۰۹	۳-۱ مماس‌ها و مشتق در یک نقطه
۱۱۳	۳-۲ مشتق به عنوان یک تابع
۱۲۱	۳-۳ قوانین مشتق‌گیری
۱۲۹	۳-۴ مشتق به عنوان آهنگ تغییر
۱۳۹	۳-۵ مشتقات توابع مثلثاتی
۱۴۵	۳-۶ قانون زنجیره‌ای
۱۵۱	۳-۷ مشتق‌گیری ضمنی
۱۵۷	۳-۸ نسبت‌های وابسته
۱۶۰	۳-۹ خط ازدحام و دفعه ازدحام

## کاربردهای مشتق



۱۷۴	سوالات مروری
۱۷۵	تمرین‌های عملی
۱۸۰	تمرین‌های اضافی و پیشرفته
۱۸۰	۴-۱ مقادیر اکسترمم توابع روى بازه بسته
۱۹۲	۴-۲ قضيه مقدار ميانگين
۱۹۹	۴-۳ توابع يكنا و آزمون مشتق اول
۲۰۴	۴-۴ تقر و رسم نمودار
۲۱۵	۴-۵ بهينه‌سازی کاربردي
۲۲۷	۴-۶ روش نيوتن
۲۳۳	۴-۷ پادمشتقها
۲۴۱	سوالات مروری
۲۴۲	تمرین‌های عملی
۲۴۶	تمرین‌های اضافی و پیشرفته

## انتگرال‌گيري



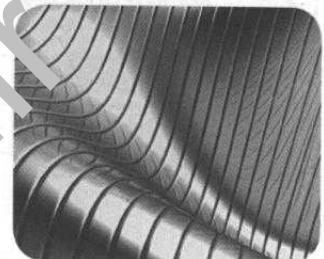
۲۴۹	۵-۱ مساحت و برآورد اجمالي مساحت
۲۵۹	۵-۲ نماد سيگما و حد جمع
۲۶۴	۵-۳ انتگرال معين
۲۷۴	۵-۴ قضيه اساسی حساب دiferansiyel و انتگرال
۲۸۴	۵-۵ انتگرال‌های معين و روش جانشاني
۲۸۸	۵-۶ جانشاني‌های انتگرال معين و مساحت بين منطقه ها
۲۹۷	سوالات مروری
۲۹۷	تمرین‌های عملی
۳۰۱	تمرین‌های اضافی و پیشرفته

## پيوست‌ها



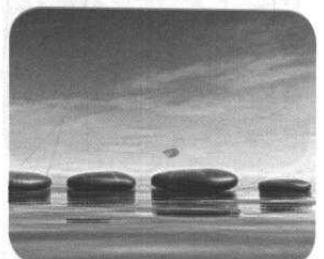
۳۰۵	A-۱ اعداد حقيقي و خط حقيقي
۳۱۰	A-۲ استقرای رياضي
۳۱۲	A-۳ خطوط، دواير و سهمي‌ها
۳۲۱	A-۴ اثبات قضيای حد
۳۲۲	A-۵ حد هايي که بكرات رخ مي دهند
۳۲۳	A-۶ نظرية اعداد حقيقي

## کاربردهای انتگرال‌های معین



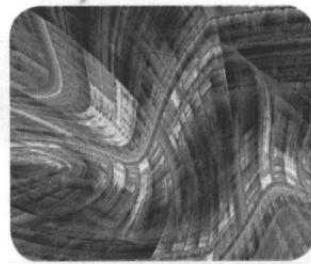
۱۳	۶-۱ حجم با روش برشی
۲۳	۶-۲ حجم‌ها با استفاده از پوسته‌های استوانه‌ای
۳۰	۶-۳ طول خم
۳۴	۶-۴ مساحت رویه‌های حاصل از دوران
۴۰	۶-۵ روز و سیالات
۴۹	۶-۶ گشتارها و مراحل جرم
۵۰	سؤالات مروری
۶۱	تمرین‌های عملی
۶۳	تمرین‌های اضافی و پیشنهاد

## توابع متعالی



۶۷	۷-۱ توابع وارون و مشتقات آنها
۷۵	۷-۲ لگاریتم طبیعی
۸۱	۷-۳ توابع نمایی
۹۱	۷-۴ تغییر نمایی و معادلات دیفرانسیل جداشونده
۹۹	۷-۵ شکل‌های نامعین و قاعده هوپیتال
۱۰۶	۷-۶ توابع وارون مثلثاتی
۱۱۷	۷-۷ توابع هذلولی
۱۲۵	۷-۸ آهنگ‌های نسبی رشد
۱۳۰	سؤالات مروری
۱۳۰	تمرین‌های عملی
۱۳۴	تمرین‌های اضافی و پیشنهاد

۱۳۷	۸-۱ استفاده از فرمول‌های اساسی انتگرال‌گیری
۱۴۱	۸-۲ انتگرال‌گیری جزء به جزء
۱۴۷	۸-۳ انتگرال‌های مثلثاتی
۱۵۰	۸-۴ جاشینی‌های مثلثاتی
۱۵۴	۸-۵ انتگرال توابع گویا با تجزیه به کسرها
۱۶۰	۸-۶ انتگرال‌های جدولی و دستگاه‌های کامپیوتری جبری
۱۶۴	۸-۷ انتگرال‌گیری عددی
۱۷۲	۸-۸ انتگرال‌های غیرعادی (ناسره)
۱۸۱	۸-۹ احتمال
۱۹۲	سوالات مروری
۱۹۳	تمرین‌های عملی
۱۹۶	تمرین‌های اضافی و پیشرفتی



## معادلات دیفرانسیل مرق (۱۹۱)

۲۰۱	۹-۱ جواب‌ها، میدان‌ها، شیوه ووش اویلر
۲۰۸	۹-۲ معادلات دیفرانسیل خطی
۲۱۳	۹-۳ کاربردها
۲۱۸	۹-۴ جواب نموداری معادلات دیفرانسیل خطی
۲۲۴	۹-۵ دستگاه‌های معادلات و صفحات فازی
۲۳۰	سوالات مروری
۲۳۰	تمرین‌های عملی
۲۳۲	تمرین‌های اضافی و پیشرفتی



## دنباله‌های نامتناهی و سری‌ها

۲۳۶	۱۰-۱ دنباله‌ها
۲۴۷	۱۰-۲ سری نامتناهی
۲۵۵	۱۰-۳ آزمون انتگرال
۲۶۲	۱۰-۴ آزمون‌های مقایسه
۲۶۶	۱۰-۵ همگرایی مطلق؛ آزمون‌های نسبت و ریشه
۲۷۱	۱۰-۶ سری‌های متناوب و همگرایی مشروط
۲۷۷	۱۰-۷ سری‌های توانی



## معادلات پارامتری و مختصات قطبی



۳۱۱	۱۱-۱ پارامتری کردن خم‌های مسطحه
۳۲۰	۱۱-۲ حساب دیفرانسیل و انتگرال منحنی‌های پارامتری
۳۲۸	۱۱-۳ مختصات قطبی
۳۳۲	۱۱-۴ رسم معادلات در مختصات قطبی
۳۳۶	۱۱-۵ مباحثه‌ها و طول منحنی‌ها در مختصات قطبی
۳۴۰	۱۱-۶ متعارف مخروطی
۳۴۸	۱۱-۷ متعارف مخروطی در مختصات قطبی
۳۵۴	سؤالات صوری
۳۵۵	تمرین‌های عملی
۳۵۸	تمرین‌های اضافی و پیشرفتی

## پیوست‌ها



۳۶۱	A-۷ اعداد مختلط
۳۶۸	پاسخ تمرین‌های فرد
۴۱۱	جدول خلاصه‌ای از انتگرال‌ها
۴۱۶	خلاصه فرمول‌های مباحث سری‌ها، حدود و قاعده‌های انحراف‌گیری

## جلد دوم

## بردارها و هندسه فضایی



۱۳	۱۲-۱ دستگاه مختصات سه بعدی
۱۸	۱۲-۲ بردارها
۲۶	۱۲-۳ ضرب نقطه‌ای
۳۳	۱۲-۴ ضرب خارجی
۳۹	۱۲-۵ خطوط و صفحات در فضا
۴۶	۱۲-۶ استوانه‌ها و رویه‌های درجه دوم
۵۲	سؤالات صوری

## توابع برداری و حرکت در فضا



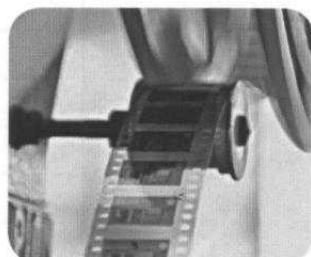
۵۹	۱۳-۱ توابع برداری .....
۶۸	۱۳-۲ انتگرال‌های توابع برداری، حرکت پرتابه .....
۷۶	۱۳-۳ طول کمان در فضا .....
۸۰	۱۳-۴ انحنا و بردار یکه قائم N .....
۸۵	۱۳-۵ مولفه‌های مماسی و قائم شتاب .....
۹۰	۱۳-۶ سرعت و شتاب در مختصات قطبی .....
۹۳	سوالات مروری .....
۹۴	تمرین‌های عملی .....
۹۶	تمرین‌های اضافی و پیشرفتی .....

## مشتقات جزئی



۹۹	۱۴-۱ تربع - بمنتهیه .....
۱۰۸	۱۴-۲ حد و و لگی - فضاهای بالاتر .....
۱۱۶	۱۴-۳ مشتقات جری .....
۱۲۶	۱۴-۴ قاعده زنجیره‌ای .....
۱۳۴	۱۴-۵ مشتقات جهتی و برداری از ارادیان .....
۱۴۱	۱۴-۶ صفحات مماس و دیفرانسیل‌ها .....
۱۵۰	۱۴-۷ مقادیر اکسترمم و نقاط زینی .....
۱۶۰	۱۴-۸ ضرایب لاگرانژ .....
۱۶۸	۱۴-۹ فرمول تیلور تابع دو متغیره .....
۱۷۱	۱۴-۱۰ مشتقات جزئی با متغیرهای مقید .....
۱۷۵	سوالات مروری .....
۱۷۶	تمرین‌های عملی .....
۱۸۰	تمرین‌های اضافی و پیشرفتی .....

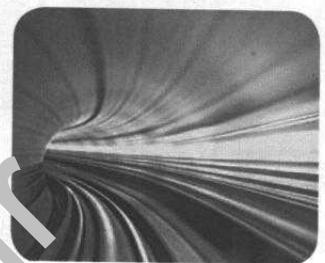
## انتگرال‌های چندگانه



۱۸۳	۱۵-۱ انتگرال‌های دوگانه .....
۱۸۸	۱۵-۲ انتگرال‌های دوگانه روی سایر نواحی .....
۱۹۷	۱۵-۳ مساحت، با انتگرال دوگانه .....
۲۰۰	۱۵-۴ انتگرال‌های دوگانه در مختصات قطبی .....
۲۰۷	۱۵-۵ انتگرال‌های سه‌گانه در مختصات مستطیلی .....
۲۱۶	۱۵-۶ کاربردها .....
۲۲۴	۱۵-۷ انتگرال‌های سه‌گانه در مختصات استوانه‌ای و کروی .....

## ۱۶

### انتگرال‌ها و میدان‌های برداری



۲۵۱.....	۱۶-۱ انتگرال‌های روی خط
۲۵۷.....	۱۶-۲ میدان‌های برداری و انتگرال‌های روی خط: کار، گردش و شار
۲۷۰.....	۱۶-۳ مستقل از مسیر، تابع پتانسیل و میدان‌های پایستار
۲۷۸.....	۱۶-۴ قضیه گرین در صفحه
۲۸۹.....	۱۶-۵ رویه‌ها و مساحت
۲۹۸.....	۱۶-۶ انتگرال‌های رویه‌ای
۳۰۷.....	۱۶-۷ قضیه ستوکس
۳۱۷.....	۱۶-۸ قضیه بیرونی و نظریه وحدت
۳۲۸.....	۱۶-۹ قضیه بیرونی
۳۲۸.....	تمرین‌های عملی
۳۳۲.....	تمرین‌های اضافی و سرفته

### پیوست‌ها



۳۳۵.....	A-۸ قاعده پخش ضرب خارجی برداره
۳۳۶.....	A-۹ قضیه مشتق آمیخته و قضیه نمو
۳۳۹.....	پاسخ تمرین‌های فرد
۳۷۰.....	فرمول‌های عملگرهای برداری (شکل کارتزین)
۳۷۰.....	ضرب برداری سه بردار (سه‌گانه)
۳۷۰.....	اتحادهای برداری