

ریاضیات مهندسی

پیشرفته

تألیف:

دکتر امیررضا سامانی

استاد مهندسی مکانیک

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی



سازمان اسناد و کتابخانه ملی
جمهوری اسلامی ایران

شماره ۲۲۹

سرشناسه: شاهانی، امیررضا، ۱۳۴۹-

عنوان و نام پدیدآور: ریاضیات مهندسی پیشرفته/ تألیف امیررضا شاهانی

مشخصات نشر: تهران: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، ۱۳۸۷.

مشخصات ظاهری: ۴۱۲ ص.: مصور، نمودار.

شابک: 978-964-8703-43-6

وضعیت فهرست نویسی: فیا

موضوع: ۱. ریاضیات مهندسی

رده بندی کنگره: ۱۳۸۷ ۲۹ش/ TA۳۳۰

رده بندی دیویی: ۶۲۰/۰۰۱۸۰

شماره کتابشناسی ملی: ۱۲۵۰۵۲۰

<http://press.kntu.ac.ir>



ناشر: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

عنوان: ریاضیات مهندسی پیشرفته

تألیف: دکتر امیررضا شاهانی

نوبت چاپ: پنجم

تاریخ انتشار: اردیبهشت ۱۳۹۶، تهران

شمارگان: ۵۰۰ نسخه

چاپ: شریف

صحافی: گرنامی

بها: ۳۰۰۰۰ تومان

(تمام حقوق برای ناشر محفوظ است)

خیابان میرداماد غربی - پلاک ۴۷۰ - انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی - تلفن: ۸۸۸۸۱۰۵۲

میدان ونک - خیابان ولی عصر (عج) - روبروی ساختمان اسکان - مرکز پخش و فروش انتشارات - تلفن:

۸۸۷۷۲۲۷۷

ایانامه: press@kntu.ac.ir - تارنما (فروش آنلاین): <http://press.kntu.ac.ir>

فهرست عناوین

پیشگفتار.....	۱
فصل اول) سری فوریه و انتگرال فوریه.....	۵
۱-۱) مقدمه:.....	۵
۱-۲) سری فوریه يك تابع متناوب:.....	۶
۱-۳) سری فوریه تابع زوج و فرد:.....	۱۲
۱-۴) بسط نیم دایره:.....	۱۷
۱-۵) ارتعاشات اجباری.....	۲۰
۱-۶) صورت مختلط سری فوریه.....	۲۴
۱-۷) سری فوریه دو گانه:.....	۲۷
۱-۸) انتگرال فوریه:.....	۳۰
تمرینات فصل اول:.....	۳۹
فصل دوم) توابع مختلط.....	۴۳
۲-۱) اعداد مختلط:.....	۴۳
۲-۲) منحنيها و نواحی روی صفحه مختلط:.....	۴۷
۲-۳) مفهوم يك تابع مختلط:.....	۵۱
۲-۴) حد يك تابع مختلط:.....	۵۴
۲-۵) تابع تحلیلی:.....	۵۷
۲-۶) توابع مختلط مقدماتی:.....	۶۲

فصل سوم) نگاشت همدیس	۷۹
۳-۱) نگاشت:	۷۹
۳-۲) نگاشت همدیس:	۸۷
۳-۳) تبدیل کسری خطی:	۹۲
۳-۴) نگاشت با دیگر توابع مقدماتی:	۹۷
تمرینات فصل سوم:	۱۰۲
فصل چهارم) انتگرالهای مختلط	۱۰۳
۴-۱) انتگرال خط در صفحه مختلط:	۱۰۳
۴-۲) خواص اساسی انتگرالهای خط مختلط:	۱۰۷
۴-۳) مشتق و تانجنت محلی:	۱۱۵
تمرینات فصل چهارم:	۱۱۷
فصل پنجم) سری تیلور و سری لوران و انواع نقاط منفرد	۱۱۹
۵-۱) سری تیلور:	۱۱۹
۵-۲) سری لوران:	۱۲۴
۵-۳) انواع نقاط منفرد:	۱۲۷
فصل ششم) انتگرالگیری به روش مانده ها	۱۳۱
۶-۱) مانده ها:	۱۳۱
۶-۲) قضیه مانده ها:	۱۳۶
۶-۳) محاسبه انتگرالهای حقیقی:	۱۳۹
۶-۴) محاسبه انتگرالهای ناسره توابع کسری:	۱۴۰
۶-۵) محاسبه انتگرالهای فوریه:	۱۴۳
۶-۶) محاسبه انواع دیگر انتگرالهای ناسره حقیقی:	۱۴۵
تمرینات فصل ششم:	۱۴۹

فصل هفتم) ماتریسها ۱۵۱

- ۱۵۱ (۷-۱) ماتریسها و خواص آنها:
- ۱۵۷ (۷-۲) تبدیل خطی:
- ۱۵۸ (۷-۳) دترمینان:
- ۱۶۱ (۷-۴) معکوس يك ماتریس:
- ۱۶۲ (۷-۵) دستگاه معادلات جبری خطی:
- ۱۷۰ (۷-۶) معادله مشخصه يك ماتریس:
- ۱۷۸ (۷-۷) قطری کردن ماتریسها:
- ۱۸۱ (۷-۸) تبع ماتریسی:
- ۱۹۳ (۷-۹) صرر دو مجذوبی:
- ۱۹۷ تمرینات فصل هشتم:

فصل هشتم) حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی ۲۰۱

- ۲۰۲ (۸-۱) حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه اول همگن:
- ۲۱۱ (۸-۲) حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه اول غیر همگن:
- ۲۲۰ (۸-۳) حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم:
- ۲۲۲ تمرینات فصل هشتم:

فصل نهم) توابع متعامد ۲۲۵

- ۲۲۸ (۹-۱) سری فوریه تعمیم یافته:
- ۲۲۹ (۹-۲) مسئله STURM-LIOUVILLE:
- ۲۳۲ (۹-۳) اشاره: معرفی برخی توابع خاص:
- ۲۳۵ (۹-۴) توابع بسل:
- ۲۴۶ (۹-۵) توابع شبه بسل:
- ۲۵۱ (۹-۶) تعمیم معادله بسل:
- ۲۵۲ (۹-۷) روابطی در توابع بسل:
- ۲۵۳ (۹-۸) خاصیت تعامد توابع بسل:

۲۵۶		۹-۹) معادله بسل کروی:
۲۵۷		۹-۱۰) معادله شبه بسل کروی:
۲۵۸		۹-۱۱) چندجمله ایهای لزاندر:
۲۶۳		تمرینات فصل نهم:
۲۶۵		فصل دهم) معادلات دیفرانسیل پاره ای
۲۶۹		۱۰-۱) معادلات دیفرانسیل پاره ای از نوع بیضوی:
۲۹۳		۱۰-۲) معادلات دیفرانسیل پاره ای از نوع سهموی:
۳۱۰		۱۰-۳) معادلات دیفرانسیل پاره ای از نوع هذلولوی:
۳۲۴		تمرینات فصل دهم:
۳۳۱		فصل یازدهم) حل معادلات دیفرانسیل پاره ای به کمک تبدیلات
۳۳۱		۱۱-۱) تبدیل لاپلاس:
۳۴۹		۱۱-۲) محاسبه معکوس تبدیل لاپلاس در نقطه انشعاب:
۳۵۴		۱۱-۳) تبدیل فوریه:
۳۷۳		تمرینات فصل یازدهم:
۳۷۵		فصل دوازدهم) حل معادله لاپلاس با استفاده از نگاشت همدیس
۳۷۵		۱۲-۱) حل مسائل مقدار مرزی دیریشله و نیومن با استفاده از نگاشت همدیس:
۳۸۷		تمرینات فصل دوازدهم:
۳۸۹		فصل سیزدهم) حساب تغییرات
۳۸۹		۱۳-۱) محاسبه اکستریم یک تابع چند متغیره:
۳۹۲		۱۳-۲) ضریب لاگرانژ:
۳۹۵		۱۳-۳) روش تغییرات:
۴۰۹		تمرینات فصل سیزدهم:

پیشگفتار

خدای را سپاس می‌نمایم که به این حقیر توفیق نگارش کتاب حاضر را عنایت فرمود. در حقیقت این کتاب حاصل سالها مطالعه و تجربه در زمینه "ریاضیات کاربردی" می‌باشد. آنچه مرا بر آن داشت تا به تألیف این کتاب همت بگمارم فقدان کتابی در زمینه ریاضیات مهندسی بود که بتواند به تنهایی و به نحو قابل قبول کلیه سرفصلهای وزارت علوم در زمینه "ریاضیات مهندسی" دوره کارشناسی و "ریاضیات پیشرفته" دوره کارشناسی ارشد را پوشش دهد. از آنجا که این کتاب با تأکید بر جنبه کاربردی ریاضیات پیشرفته در مهندسی به رشته تحریر درآمده، جای جای آن حاوی مثالهایی با کاربردهای مختلف مهندسی می‌باشد.

کتاب حاضر مشتمل بر سیزده فصل می‌باشد که علاوه بر مثالهای حل شده حاوی تمریناتی در انتهای هر فصل می‌باشند. فصل اول تحت عنوان "سری فوریه و

انتگرال فوریه“ نحوه نوشتن سری فوریه و انتگرال فوریه توابع را به همراه کاربردهای آنها ارائه می دهد. در فصل دوم ذیل عنوان “توابع مختلط” ضمن ارائه مقدمه ای از اعداد مختلط، به نحوه نوشتن معادله منحنیها و نواحی در صفحه مختلط، مفهوم تابع مختلط، حد و پیوستگی و مشتق پذیری در توابع مختلط و مفهوم تابع تحلیلی پرداخته شده و در ادامه توابع مختلط مقدماتی معرفی و مورد بررسی قرار گرفته اند. در این قسمت مفهوم تابع تک مقداره و چند مقداره و نقطه انشعاب نیز توضیح داده شده است. در فصل سوم با عنوان “نگاشت همدیس” ابتدا به معرفی مفهوم نگاشت پرداخته ایم. سپس نگاشت همدیس را تعریف کرده و ضمن معرفی خواص نگاشت همدیس عملکرد برخی نگاشتهای همدیس مهم را مورد ارزیابی قرار داده ایم. فصل چهارم با عنوان “انتگرالهای مختلط” به بیان مفهوم انتگرال خط در صفحه مختلط و خواص اساسی این انتگرالها از جمله قضیه انتگرال کوشی و فرمول انتگرال کوشی برای یک ناحیه هم بند ساده و هم بند مرکب و همچنین روابط مربوط به مشتقات یک تابع تحلیلی پرداخته است. در فصل پنجم متناسب با عنوان آن، موضوع نوشتن بسط تیلر برای توابع تحلیلی و سری لوران برای توابع در همسایگی نقاط منفرد مورد مطالعه قرار گرفته و سپس انواع نقاط منفرد معرفی شده اند. “انتگرالگیری به روش مانده ها” به عنوان فصل ششم می باشد که در آن پس از تعریف مفهوم مانده یک تابع در یک قطب، فزیه مانده ها برای محاسبه انتگرال توابع مختلط بر حسب مانده این توابع در قطبها ارائه شده است. سپس کاربرد این قضیه در محاسبه انتگرالهای مختلط و همچنین انتگرالهای حقیقی به همراه مثالهایی بیان شده است. فصل هفتم تحت عنوان “ماتریسها” ضمن بیان انواع و خواص اساسی ماتریسها به کاربرد برخی از این خواص در حل دستگاه معادلات جبری خطی پرداخته است. همچنین در مورد مفاهیمی چون مقادیر ویژه،

بردارهای ویژه، معادله مشخصه یک ماتریس و صور دو مجذوری که از کاربرد فراوانی در شاخه های مختلف مهندسی برخوردارند، به تفصیل صحبت شده است. در فصل هشتم زیر عنوان "حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی" با استفاده از مفاهیم ارائه شده در فصل هفتم روشهای حل دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه اول همگن و غیرهمگن و همچنین مرتبه دوم ارائه گردیده است. در فصل نهم به "توابع متعامد" پرداخته شده و با استفاده از آن مفهوم سری فوریه تعمیم یافته که مطابق آن بسط سری یک تابع را بر حسب توابع متعامد (و نه لزوماً توابع مثلثاتی) می توان نوشت، معرفی گشته است. در ادامه نیز دسته ای از معادلات دیفرانسیلی که جواب آنها توابع متعامد می باشند و کاربردهای بسیاری در مهندسی دارند با یک قالب کلی به نام معادله دیفرانسیل Sturm-Liouville ارائه شده اند. از مهمترین انواع توابع متعامد که دارای کاربرد ویژه مهندسی هستند، توابع بسل، شبه بسل، هنکل، لژاندر و شبه لژاندر می باشند که در ادامه این فصل به آنها پرداخته شده است.

فصل دهم به مبحث "معادلات دیفرانسیل پاره ای" که جایگاه ویژه ای در مهندسی دارد، اختصاص یافته است. در این فصل تکنیک های حل انواع مختلف این نوع معادلات به همراه مثالهای متنوع مهندسی معرفی گردیده اند. در فصل یازدهم حل معادلات دیفرانسیل پاره ای به کمک تبدیلات لاپلاس و فوریه (قسمت اول) از محدود و نامحدود مورد توجه قرار گرفته است. در این فصل شیوه های معادله معکوس این تبدیلات در حالات مختلف مورد عنایت ویژه می باشد. فصل دوازدهم نیز در واقع به یک تکنیک حل خاص و جالب از دسته خاصی از معادلات دیفرانسیل پاره ای یعنی معادله لاپلاس اختصاص دارد. این تکنیک استفاده از نگاشتهای همبسی در حل معادله مذکور می باشد.

ناگفته پیداست که مطالب فصل سوم پیش نیازی برای استفاده از این فصل می باشند. در آخرین فصل این کتاب یعنی فصل سیزدهم نیز که با عنوان "حساب تغییرات" ارائه گردیده است، به مبحثی پر استفاده و مهم در مهندسی پرداخته شده است. در این فصل ابتدا محاسبه اکسترمم توابع چند متغیره با وجود یا بدون وجود معادلات محدودیت مورد بحث قرار گرفته است. سپس مفاهیم اساسی "روش تغییرات" تعریف شده اند و با استفاده از این مفاهیم معادله معروف اولر استخراج گردیده است. در ادامه این فصل هم تعمیم معادله اولر در مورد سایر حالات کلی تر ممکن مورد عنایت بوده است.

نحوه تنظیم مطالب کتاب به نحوی بوده است که تفکیک مباحث دروس "ریاضیات مهندسی" دوره کارشناسی و "ریاضیات پیشرفته" دوره کارشناسی ارشد دشوار نباشد. بدین ترتیب که سس فصل این کتاب به همراه کلیاتی از فصول دهم و یازدهم سر فصل پیشنهادی وزارت علوم برای درس "ریاضیات مهندسی" را پوشش می دهد و برای درس "ریاضیات پیشرفته" مقطع کارشناسی ارشد فصول هفتم تا سیزدهم، ضمن بهره گیری از مطالب فصول پیشین به عنوان یادآوری، می توانند مورد استفاده قرار گیرند.

در خاتمه لازم می دانم مراتب تشکر خود را از برادر عزیزم جناب آقای مهندس شاپور رضا شاهانی که زحمات فراوانی را در امر تایپ و تدوین این کتاب متحمل شده اند، ابراز نمایم.

امیررضا شاهانی

تهران - شهریورماه ۱۳۷۹