

یک مسیر ساده به

# آنالیز محدب و کاربردها

تألیف

پیوس آن، موردو خوییج

و امن مانام

ترجمه

اکرم دهنو خلجمی

عضو هیئت علمی دانشگاه خوارزمی



تهران، ۱۳۹۶

سرشناسه

عنوان و نام پدیدار

ماردخوویچ، بوریس شالیموویچ، ۱۹۴۸ - م.  
(Mordukhovich, B. Sh. (Boris Sholimovich  
یک مسیر ساده به آنالیز محدب و کاربردها/مؤلف بوریس اس مردوخویچ، نوین مائنام؛ مترجم اکرم  
دهنخلجی.

مشخصات نشر

مشخصات ظاهری

شابک

تهران: دانشگاه خوارزمی، ۱۳۹۵.  
[۳۰۰] ص.  
۹۷۸-۶۰۰-۸۵۸۷-۰۵-۷ ریال

فیبا

:

عنوان اصلی: An easy path to convex analysis and applications.

:

آنالیز ریاضی

Mathematical analysis

:

تابع محدب

Convex functions

:

نوین، مائنام

Nguyen, Mau Nam

:

دهنخلجی، اکرم

دانشگاه خوارزمی

:

QA۳۰۰/.۲۸۱۹۹۵

:

۵۱۲

:

۵۷۲

وضعيت فهرست نویسی

پادداشت

موضوع

موضوع

موضوع

موضوع

شناسه افزوده

شناسه افزوده

شناسه افزوده

شناسه افزوده

ردہ بندی کنگره

ردہ بندی دیوبی

شماره کتابشناسی ملی



عنوان کتاب: یک مسیر ساده به آنالیز محدب و کاربرد ها

تألیف:

بوریس اس مردوخویچ - نوین مائنام

ترجمه:

اکرم دهنخلجی

ناشر:

دانشگاه خوارزمی

طراح جلد:

لیلا کشاورز سیاهپوش

دانشگاه خوارزمی

چاپ و صحافی:

۱۳۹۶

نویت چاپ:

۹۷۸-۶۰۰-۸۵۸۷-۰۵-۷

شابک:

۵۰۰

شمار:

۱۹۰۰۰ ریال

قیمت:

## مقدمه مترجم

بهینه‌سازی محدب یکی از حوزه‌های پرکاربرد در ریاضیات است و در حال حاضر در بسیاری از دانشگاه‌های دنیا تدریس می‌شود و مورد استفاده پژوهشگران رشته‌های مختلفی قرار می‌گیرد. اساس ریاضی بهینه‌سازی محدب، آنالیز محدب است که اخیراً مورد توجه دانشجویان ریاضیات در کشورمان قرار گرفته است و کسب دانشی عمیق در زمینه آنالیز محدب، آنها را قادر می‌سازد تا ابزار کاربری در مواجهه با مسائل بهینه سازی داشته باشند.

هدف اصل اثبات حاضر گشایش راهی ساده به بنیادی ترین بخش‌های آنالیز محدب و کاربردهای آن در بهینه‌سازی است. این در بیان ساده و روان مفاهیم آنالیز محدب ستونی است و فهم مطالب را برای خوانندگانی که بچشم زمینه‌ای ندارند، میسر می‌سازد. کاربردهای آنالیز محدب در مسائل مکانیابی، مسائل جالب ره‌نمای مساله هرون، مساله سیلوستر و تعمیم‌های آنها نیز از ویژگی‌های منحصر به مردانه اخصر است. این کتاب شامل مطالب کافی برای اولین درس در آنالیز محدب می‌باشد و می‌تواند معنویت‌منبی تکمیلی برای درس برنامه ریزی غیرخطی نیز معرفی شود.

مؤلف اول، بوریس موردوخوویچ استاد دانشگاه وین-استب، آمریکا، یکی از ابداع‌کنندگان آنالیز وردشی مدرن و تئوری مشتق‌گیری تعمیم‌یافته است. پس از آگاچار، نایل ایشان به ترجمه کتاب به زبان فارسی، بر آن شدم تا با ترجمه این اثر بی نظیر راه را برای ورود هر چه سانه تریووه‌شگران ایرانی به حوزه‌های مدرن بهینه سازی و آنالیز محدب هموار نمایم.

مايلم مراتب قدردانی خود را از بهاره نوری، کارشناس ارشد تحقیق در عملیات، کار تایپ این ترجمه را انجام دادند، ابزار نمایم. همچنین از محمدابراهیم سرابی، استادیار دانشگاه مازندران، جهت ویراستاری علمی این کار صمیمانه سپاسگزارم.

امید است این ترجمه مورد توجه و استفاده مشتاقان مفاهیم مدرن در آنالیز و بهینه سازی واقع شود.

اکرم دهنوخلچی

## مقدمه مؤلفان

ویزگی‌های هندسی مجموعه‌ها و توابع محدب قبل از دهه ۱۹۶۰ اولین بار توسط ریاضیدانان بر جسته، هرمن مینکوفسکی و ورنر فنجل، بررسی شد. در اوایل دهه ۱۹۶۰ آنالیز محدب به طور گسترده در کارهای ز. تیرل روکافلر و جین-جاکوز مورو، که یک بررسی اصولی از این رشته جدید ابداع کردند، مطالعه گردید. آنالیز محدب، به عنوان بخشی بنیادین از آنالیز وردشی، شامل یک نظریه مشتق‌گیری تعییم‌یافته است که به مطالعه دست زرگو از مدل‌های ریاضی که در آن فرض مشتق‌پذیری برای داده‌های اولیه وجود ندارد، می‌پردازد. اهمیت آنالیز محدب را می‌توان در بسیاری از کاربردها که در آنها مسائل بهینه‌سازی ظاهر می‌شود، مشاهده کرد. وجہ این تعبیر سبب می‌شود که نه تنها ویزگی‌های کیفی جوابهای بهینه به‌طور کامل بررسی و شرایط لازم کافی بهینگ، حاصل شود، بلکه الگوریتم‌های کارایی برای حل مسائل بهینه‌سازی محدب، حتی با داده‌های مشتمل ناپذیر طراحی گردد. آنالیز محدب و بهینه‌سازی تاثیری فزاینده بر بسیاری از حوزه‌های ریاضیات و علوم دربرگیرد، مانند سیستم‌های کنترل، تخمین و پردازش سیگنال، ارتباطات و شبکه، طراحی مدارهای الکترونیک، تحلیل رله، اما و مدل‌سازی، آمار، اقتصاد و ... دارد.

چندین کتاب به طور اساسی به وجود مختلف آنالیز محدب و بهینه‌سازی می‌پردازند. از جمله به کتاب "آنالیز محدب" روکافلر [۲۶]، "آنالیز محدب و الگوریتم‌های کمینه‌سازی" هیریارت-اوروتی و لمارچال (۸، [۹]) (در دو نسخه)، "آنالیز محدب و بهینه‌سازی، غیر خطی" بوروین و لویس [۴]، "دروس مقدماتی بر بهینه‌سازی محدب" نستروف [۲۱] و "بهینه‌سازی محدب" بوید و واندربگ [۳] و سایر کتابهای آورده شده در بخش فهرست مراجع اشاره می‌کنیم.

کتاب حاضر پلی بین دانشجویان و پژوهشگرانی است که به تازگی استفاده از آنالیز محدب را شروع کرده‌اند، تا به دنیای وسیع آنالیز محدب و بهینه‌سازی وارد شوند. برای بیشتر قصاید آنالیز شده در کتاب، برهان‌های مفصلی می‌آوریم و شکلها و تمرین‌های مختلفی برای درک بهتر مطالب ارائه می‌دهیم. رویکرد هندسی قدرتمند در آنالیز وردشی مدرن، برای حالت محدب اقتباس و ساده شده است، تا راهی ساده برای مشتق‌گیری تعییم‌یافته اشیاء محدب در بعدهای متناهی برای خواننده فراهم آورد. به این ترتیب، کتاب حاضر یک نقطه شروع برای خواننده علاقمند فراهم می‌کند تا مطالعه آنالیز وردشی غیرمحدب و کاربردهایش را ادامه دهد. کتاب حاضر از این منظر می‌تواند مورد توجه متخصصین آنالیز محدب و وردشی

قرار گیرد، بخش پایانی این کتاب نه تنها به بررسی مباحث کلاسیک در بهینه‌سازی محدب از جمله شرایط بهینگی و الگوریتم‌های زیرگرادیان، می‌پردازد، بلکه نتایج عددی و کیفی جدیدی برای مسائل جایابی مهم ارائه می‌دهد، که از نقطه نظر کاربرد حائز اهمیت است.

این کتاب شامل چهار فصل است و به این ترتیب سازمان‌دهی شده است. در فصل اول ویژگی‌های بنیادین مجموعه‌ها و توابع محدب بیان می‌شود و توجهی خاص، به دسته‌هایی از توابع محدب که در بهینه‌سازی حائز اهمیت می‌باشد، معطوف می‌شود. فصل دوم به طور عمده اختصاص به بسط قواعد اساسی سازان برای نرمال‌ها به مجموعه‌های محدب و زیرگرادیانهای توابع محدب می‌پردازد که جزو مباحث صلی نظریه محدب هستند. فصل سوم به برخی عناوین تكمیلی در آنالیز محدب اختصاص دارد که عمدتاً در کار ردها می‌استفاده قرار می‌گیرند. فصل چهارم به کاربردهای نتایج اساسی آنالیز محدب در مسائل بهینه‌ساز محدب و مسائل مکان‌یابی منتخب می‌پردازد که از هر دو جنبه کیفی و عددی در نظر گرفته شده‌اند. در پایان، آب، آب و راهنمایی حل مسائل منتخب ارائه می‌شود.

تمرین‌هایی در انتهای هر سفر و شکل‌ها و مثال‌هایی در سرتاسر متن فراهم آورده شده‌اند. فهرست مراجع، شامل کتابها و مقالات منتخب است که امکان در نظر گرفته شده در کتاب ارتباط نزدیک دارند و می‌توانند به خواننده برای مطالعات پیشرفته میز محدب، کاربردها و بسط بیشتر آن کمک کند. پیش‌نیاز این کتاب، مقدماتی بر جبرخطی و حساب است. بنابراین، می‌تواند به عنوان یک کتاب درسی در آنالیز محدب و کاربردها، در هر دو سطح کارشناسی و "سه‌بلات تکمیلی مورد استفاده قرار گیرد. در واقع مؤلفان از مطالب ذکر شده برای تدریس در کلاس‌های دو دو سطح مذکور در دانشگاه‌های مختلفی استفاده کرده‌اند. امیدواریم این کتاب، بحث آنالیز محدب برای سیف وسیعی از دانشجویان کارشناسی و تحصیلات تکمیلی، پژوهشگران شاخه‌های گوناگون و مشاء احتساب، ملموس‌تر سازد.

بوریس اس. موردوخوویچ

نووین ما انام

دسامبر ۲۰۱۳

# فهرست مطالب

۱	فصل اول	مجموعه های توابع محدب
۱	۱.۱	مقدمات
۷	۲.۱	مجموعه های محدب
۱۴	۳.۱	تابع محدب
۳۰	۴.۱	دروون های نسبی مجموعه های محدب
۳۹	۵.۱	تابع فاصله
۵۳	فصل دوم	حساب زیردیفرانسیل
۵۳	۱.۲	جداسازی مجموعه های محدب
۶۰	۲.۲	نرمال ها به مجموعه های محدب
۷۰	۳.۲	پیوستگی لیپشیتس تابع محدب
۷۶	۴.۲	زیرگرادیان های تابع محدب
۸۷	۵.۲	قواعد اساسی حسابان
۱۰۰	۶.۲	زیرگرادیان های تابع بهینه مقدار
۱۰۸	۷.۲	زیرگرادیان های تابع حامی
۱۱۰	۸.۲	مزدوج های فنجل
۱۱۷	۹.۲	مشتقات جهتی

۱۲۴	۱۰.۲	زیرگرادیان‌های توابع سوپریم .....
۱۳۷		<b>فصل سوم نتایج جالب توجه از تحدب</b>
۱۳۷	۱.۳	مشخص‌سازی مشتق‌پذیری .....
۱۴۰	۲.۳	قضیه کاراً‌تودری و لم فارکاس .....
۱۴۷	۳.۳	قضایای رادون و هلی .....
۱۴۹	۴.۳	مماض‌ها به مجموعه‌های محدب .....
۱۵۳	۵.۳	قضایای مقدار میانی .....
۱۵۵	۶.۲	مخروط‌های افق .....
۱۵۹	۷.۳	نواحی زمان - یمال و معیار مینیکوفسکی .....
۱۶۸	۸.۳	زیرگرادیان‌ها - نواحی زمان مینیمال .....
۱۷۴	۹.۳	تعادل نش .....
۱۸۵		<b>فصل چهارم کاربردها در مسائل حرارتی و بهینه‌سازی</b>
۱۸۵	۱.۴	نیمپیوستگی پایینی و و دیگر یینه‌کندها .....
۱۹۴	۲.۴	شرایط بهینگی .....
۲۰۲	۳.۴	روش‌های زیرگرادیان در بهینه‌سازی تحدب .....
۲۱۰	۴.۴	مساله فرما-توريچلی .....
۲۲۰	۵.۴	یک تعمیم مساله فرما-توريچلی .....
۲۴۰	۶.۴	یک مساله سیلوستر تعمیم‌یافته .....
۲۶۱		<b>فصل پنجم راه حل و راهنمایی تمرین‌های منتخب</b>
۲۷۹		<b>فهرست منابع</b>
۲۸۵		واژدnamه فارسی به انگلیسی
۲۹۱		واژدnamه انگلیسی به فارسی
۲۹۷		نمایه