



تاسیس ۱۳۰۷

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

الاستیسیتہ، تئوری و کاربرد

تألیف و ترجمہ:

رحمت اللہ قاجار (استاد دانشکده مهندسی مکانیک)

حسام قورچی بیگی (کارشناس ارشد مهندسی مکانیک)

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

سرشناسه	: قاجار، رحمت‌الله، ۱۳۳۰ -
عنوان و نام پدیدآور	: الاستیسیته، تئوری و کاربرد/ تالیف و ترجمه رحمت‌الله قاجار، حسام قورچی بیگی.
مشخصات نشر	: تهران: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، انتشارات، ۱۳۹۲.
مشخصات ظاهری	: ۴۵۴ص.: مصور، جدول، نمودار.
شابک	: ۱۸۰۰۰۰ ریال 978-600-6383-46-0 :
وضعیت فهرست نویسی	: فیبا
یادداشت	: واژه‌نامه.
یادداشت	: کتانبامه.
یادداشت	: نمایه.
موضوع	: ارتجاع (فیزیک) -- راهنمای آموزشی (عالی)
موضوع	: ارتجاع (فیزیک) -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)
شناسه اف‌وده	: قورچی بیگی، حسام، ۱۳۶۵ -
شناسه افزود	: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۲ الف۷ق۲/۷۹۳۱/QA
رده بندی دیویی	: ۳۸۲/۸۳۱
شماره کتابشناسی ملی	: ۳۳۵۹۷۵

ناشر: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی  <http://publication.kntu.ac.ir>

نام کتاب: الاستیسیته، تئوری و کاربرد

مؤلفین: دکتر رحمت‌الله قاجار، استاد دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، حسام قورچی بیگی

نوبت چاپ: دوم

تاریخ چاپ: مهرماه ۱۳۹۴

تیراژ: ۵۰۰ جلد

قیمت: ۲۷۰۰۰ تومان

کد کتاب: ۳۳۲

ISBN :978-600-6383-46-0

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۶۳۸۳-۴۶-۰

چاپ: پدیدرنگ

صحافی: گرنامی

آدرس و تلفن مرکز پخش و فروش: خیابان ولیعصر(عج)، بالاتر از میدان ونک، تقاطع میرداماد،

روبروی ساختمان اسکان (۰۲۱-۸۸۷۷۲۲۷۷)

(حق چاپ برای ناشر محفوظ است)

۱	فصل ۱
۱	مقدمات ریاضی
۱	۱-۱ تعریف اسکالر، بردار، ماتریس، و تانسور
۳	۱-۲ شاخص گذاری اندیسی
۶	۱-۳ دلتای کرونگر و علامت تناوب
۷	۱-۴ تبدیل محورهای مختصات
۱۰	۱-۵ تانسورهای کارترین
۱۳	۱-۶ مقادیر و جهات اصلی برای تانسورهای متقارن درجه دو
۱۸	۱-۷ جبر بردار، ماتریس و تانسور
۱۹	۱-۸ محاسبات تانسورهای کارترین
۲۲	۱-۸-۱ قضیه دیورژانس یا گاس
۲۲	۱-۸-۲ قضیه سوندرگ
۲۳	۱-۸-۳ قضیه گرس در نوجه
۲۳	۱-۸-۴ قضیه مقدار صفر
۲۳	۱-۹ مختصات منحنی الخط
۳۰	۱-۱۰ مختصات منحنی الخط
۳۱	۱-۱۰-۱ رابطه دیفرانسیلی طول در دستگاه مختصات منحنی الخط متعامد
۳۴	۱-۱۰-۲ ابراتور گرادیان و لاپلاس در دستگاه مختصات منحنی الخط متعامد
۳۸	۱-۱۱ تبدیل محورهای مختصات کروی و دکارتی
۴۳	منابع
۴۳	مسائل

فصل ۲

۴۷	جابجایی و کرنشها
۴۷	۲-۱ تغییر شکل عمومی
۵۲	۲-۲ ساختار هندسی تئوری تغییر شکل کوچک
۵۷	۲-۳ تبدیل کرنش
۵۸	۲-۴ کرنشهای اصلی

۵۹	۵-۲ کرنش‌های کروی و انحرافی	۵۹
۵۹	۶-۲ سازگاری کرنش	۵۹
۶۴	۷-۲ مختصات منحنی‌الخط استوانه‌ای و کروی:	۶۴
۶۶	۸-۲ تغییر شکل غیرخطی	۶۶
۷۰	۱-۸-۲ تعبیر فیزیکی ϵ_{11} ، ϵ_{22} و ϵ_{33}	۷۰
۷۰	۲-۸-۲ رابطه بین e_i و ϵ_{ij}	۷۰
۷۲	۹-۲ تعریف کرنش از دیدگاه مهندسی در تغییر شکل غیرخطی	۷۲
۷۲	۱-۹-۱ کرنش لگاریتمی	۷۲
۷۳	۱۰-۱ تعیین جهات المان تغییر شکل یافته N'_i در یک تغییر شکل غیرخطی	۷۳
۷۵	۱۱-۲ کرنش برشی در تغییر شکل غیرخطی	۷۵
۷۷	۱۱-۲-۱ تعریف ϵ_{ij} ($i \neq j$)	۷۷
۷۸	۱۲-۲ محدودیت تغییر شکل یک محیط پیوسته	۷۸
۸۵	منابع	۸۵
۸۵	مسائل	۸۵
۹۱	فصل ۳	۹۱
۹۱	تنش و تعادل	۹۱
۹۲	۱-۳ نیروهای حجمی و سطحی	۹۲
۹۳	۲-۳ بردار ترکشن و تانسور تنش	۹۳
۹۷	۳-۳ تبدیل تنش	۹۷
۹۸	۴-۳ تنش‌های اصلی	۹۸
۱۰۲	۵-۳ تنش‌های کروی و انحرافی	۱۰۲
۱۰۳	۶-۳ معادلات تعادل	۱۰۳
۱۰۶	۷-۳ روابط در مختصات منحنی‌الخط استوانه‌ای و کروی	۱۰۶
۱۱۱	منابع	۱۱۱
۱۱۱	مسائل	۱۱۱

۱۱۷	فصل ۴
۱۱۷	رفتار ماده- جامدات الاستیک خطی
۱۱۸	۱-۴ مشخصات مادی
۱۱۹	۲-۴ مواد الاستیک خطی- قانون هوک
۱۲۴	۳-۴ معنی فیزیکی مدول الاستیک
۱۲۴	۱-۳-۴ کشش ساده
۱۲۵	۲-۳-۴ برش خالص
۱۲۶	۳-۳-۴ فشار(یا کشش) هیدرو استاتیکی
۱۲۹	۴-۴ روابط بنیانی ترموالاستیسته
۱۳۲	منابع
۱۳۲	مسائل
۱۳۶	فصل ۵
۱۳۶	فرمول بندی و استراتژی های حل
۱۳۷	۱-۵ مروری بر معادلات میسز
۱۳۸	۲-۵ شرایط مرزی و طبقه بندی مسائل
۱۴۳	۳-۵ فرمول بندی تنش
۱۴۵	۴-۵ فرمول بندی جابجایی
۱۴۷	۵-۵ اصل رویهم گذاری
۱۴۸	۶-۵ اصل سن- و نان
۱۵۰	۷-۵ استراتژی های حل عمومی
۱۵۰	۱-۷-۵ روش مستقیم
۱۵۲	۲-۷-۵ روش معکوس
۱۵۳	۳-۷-۵ روش نیمه معکوس
۱۵۴	۴-۷-۵ روش های حل تحلیلی
۱۵۶	۵-۷-۵ روش های حل تقریبی
۱۵۶	۶-۷-۵ روش های حل عددی
۱۵۹	منابع

۱۶۰.....مسائل

۱۶۴.....فصل ۶

۱۶۴.....انرژی کرنشی

۱۶۵.....۱-۶ انرژی کرنشی

۱۷۰.....۲-۶ یگانگی مساله مقدار مرزی الاستیسته

۱۷۱.....۳-۶ محدودیت ثوابت الاستیک

۱۷۲.....۱-۳-۶ کشش تک محوره

۱۷۲.....۲-۳-۶ برش ساده

۱۷۳.....۳-۳-۶ فشار هیدرواستاتیک

۱۷۳.....۴-۶ توره های اگزال وابسته

۱۷۴.....۱-۴-۶ تویه کاپرون

۱۷۴.....۲-۴-۶ قضیه مکسول برای پلی

۱۷۵.....۳-۴-۶ فرمول بندی استگالی الانیسیته- تساوی سامیگلیانا

۱۷۶.....۵-۶ اصل کار مجازی

۱۷۸.....۶-۶ اصل انرژی پتانسیل کمینه و انرژی مکمل

۱۸۳.....۷-۶ روش ریلی - ریتز

۲۰۱.....منابع

۲۰۱.....مسائل

۲۰۴.....فصل ۷

۲۰۴.....فرمول بندی دوبعدی

۲۰۵.....۱-۷ کرنش صفحه ای

۲۰۸.....۲-۷ تنش صفحه ای

۲۱۲.....۳-۷ تنش صفحه ای عمومی

۲۱۵.....۴-۷ تغییر شکل پاد صفحه ای

۲۱۶.....۵-۷ تابع تنش ایری

۲۱۸.....۶-۷ فرمول بندی در مختصات قطبی

۲۳۱..... منابع

۲۳۱..... مسائل

فصل ۸..... ۲۳۷

حل مسائل دوبعدی..... ۲۳۷

۱-۸ حل در مختصات کارتزین با استفاده از چند جمله‌ای‌ها..... ۲۳۸

۲-۸ حل‌های مختصات کارتزین با استفاده از روش‌های فوریه..... ۲۵۱

۱-۲-۸ کاربردهای شامل سری‌های فوریه..... ۲۵۵

۳-۸ حل عمومی در مختصات قطبی..... ۲۶۰

۱-۳-۸ حل عمومی میشل..... ۲۶۱

۱-۳-۸ حل تقارن محوری..... ۲۶۲

۴-۸ حل‌های مختصات قطبی..... ۲۶۳

۱-۴-۸ سوراخ تخت در محیط نامحدود..... ۲۶۶

۲-۴-۸ سوراخ عمیق در یک محیط نامحدود تحت بار دوماحوره مساوی در

بی‌نهایت..... ۲۶۷

۳-۴-۸ حالت‌های بارگذاری دوماحوره برش..... ۲۷۲

۴-۸ مثال یک چهارم صفحه..... ۲۷۴

۵-۴-۸ مثال‌های نیم فضا، یا گوه نیم صفحه..... ۲۷۶

۶-۴-۸ نیم فضا تحت بارگذاری تنش عمودی یک انتهای $x \leq 0$ ۲۷۶

۷-۴-۸ گوه نیم فضا تحت نیروی سطحی متمرکز (مساله نوار است)..... ۲۷۸

۸-۴-۸ نیم فضا تحت گشتاور متمرکز سطحی..... ۲۸۴

۹-۴-۸ نیم فضا تحت بار عمودی یکنواخت در ناحیه $x \leq a$ ۲۸۸

۱۰-۴-۸ مسائل ناچ و ترک..... ۲۹۲

۱۱-۴-۸ مثال خمش خالص..... ۲۹۶

۱۲-۴-۸ تیر یک‌سرگیردار خمیده تحت بارگذاری انتهایی..... ۲۹۸

..... منابع ۳۱۲

..... مسائل ۳۱۲

۳۲۲	فصل ۹	۳۲۲
۳۲۲	روش های متغیر مختلط	۳۲۲
۳۲۳	۱-۹ مروری بر تئوری متغیر مختلط	۳۲۳
۳۳۲	۲-۹ فرمول بندی مختلط مساله الاستیسیته صفحه ای	۳۳۲
۳۳۶	۳-۹ برآیند شرایط مرزی	۳۳۶
۳۳۷	۴-۹ ساختار عمومی پتانسیل های مختلط	۳۳۷
۳۳۸	۱-۴-۹ حوزه های اتصال ساده (همبند) محدود	۳۳۸
۳۳۹	۲-۴-۹ حوزه های همبند چندگانه محدود	۳۳۹
۳۴۰	۳-۴-۹ حوزه نامحدود	۳۴۰
۳۴۱	۵-۹ مثال های از حوزه دایروی	۳۴۱
۳۴۷	۶-۹ مسائل صفحه و نیم صفحه	۳۴۷
۳۵۲	۷-۹ کاربردهایی شامل استفاده از روش نگاشت همبند	۳۵۲
۳۵۸	۸-۹ کاربردها در مکانیک شایسته	۳۵۸
۳۶۳	۹-۹ روش وسترگارد برای تحلیل تنش	۳۶۳
۳۶۵	منابع	۳۶۵
۳۶۶	مسائل	۳۶۶
۳۷۲	فصل ۱۰	۳۷۲
۳۷۲	ترموالاستیسیته	۳۷۲
۳۷۳	۱-۱۰ انتقال حرارت و معادله انرژی	۳۷۳
۳۷۵	۲-۱۰ فرمول بندی غیرکوپله عمومی	۳۷۵
۳۷۶	۳-۱۰ فرمول بندی دوبعدی	۳۷۶
۳۷۶	۱-۳-۱۰ کرنش صفحه ای	۳۷۶
۳۷۸	۲-۳-۱۰ تنش صفحه ای	۳۷۸
۳۸۰	۴-۱۰ حل پتانسیل جابجایی	۳۸۰
۳۸۱	۵-۱۰ فرمول بندی تابع تنش	۳۸۱
۳۸۵	۶-۱۰ فرمول بندی مختصات قطبی	۳۸۵
۳۸۶	۷-۱۰ مسائل با تقارن شعاعی	۳۸۶

۳۹۲..... ۸-۱۰ روش‌های متغیر مختلط برای مسائل صفحه‌ای

۴۰۸..... منابع

۴۰۹..... مسائل

۴۱۵..... فهرست واژگان

www.ketab.ir

پیشگفتار

تئوری الاستیسیته علمی است که رفتار محیط‌های جامدی که پس از حذف نیروهای اعمالی فوراً به شکل اولیه خود برمی‌گردند را مورد مطالعه قرار می‌دهد. این علم مفاهیم حاکم بر محیط الاستیک را در قالب فراگیرتر از مطالب مقاوت مصالح و یا مکانیک جامدات مورد بررسی قرار می‌دهد. به عبارت دیگر تئوری الاستیسیته بیان ریاضی مقاومت مصالح و حل دقیق مسائل را ارائه می‌کند.

برای چندین سال متوالی کتاب "Elasticity in Engineering Mechanics" تألیف Boresi, AP. و Chao, K. P. از انتشارات John Wiley یکی از مهمترین مراجع اصلی تدریس درس تئوری الاستیسیته در دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی قرار می‌گرفته است. کتاب "Elasticity, Theory, Application, and Numerics" که جنبه کاربردی آن بیشتر بود نیز در کنار کتاب قبلی به عنوان مرجع قرار گرفت. پس از چندین بار تدریس، دانشجویان اقبال بیشتری را نسبت به کتاب دوم نشان دادند. لذا به پیشنهاد دانشجویان و همکاری بعضی از آنها اقدام به تهیه کتاب حاضر گردید.

تئوری الاستیسیته جزء برنامه درسی دانشجویان کارشناسی ارشد و دکتری رشته‌های مهندسی مکانیک، مهندسی عمران، مهندسی هوافضا، و مهندسی مواد در بسیاری از تمام دانشگاهها در مقطع تحصیلات تکمیلی تدریس می‌شود.

اگر چه کتاب "Elasticity, Theory, Application, and Numerics" تألیف Martin H. Saad به عنوان مبنا و مرجع اصلی نوشتار پیش رو قرار گرفته و بیشتر مطالب این کتاب می‌باشد، ولی موضوعاتی مثل تغییر شکل غیر خطی و دیسک‌های دوکوار شتاب دار و ... که در این کتاب وجود نداشت از کتاب اول یعنی بررسی استفاده شده است. در موارد و مباحث مهم و کاربردی که به نظر مولفین توضیحات کامل و کافی نبوده است، مطالب تکمیلی به آن افزوده شده است. همچنین جهت درک بهتر مفاهیم سعی شده که مثال‌های حل شده بیشتری ارائه گردد.

از آنجا که در الاستیسیته تحلیل مسائل بر اساس ریاضیات می‌باشد، فصل اول کتاب به بیان مبانی ریاضی از قبیل کمیت‌های اسکالر، برداری، تانسور، تبدیل محورهای مختصات، و محورهای مختصات منحنی الخط می‌پردازد.

در فصل دوم تئوری تغییر شکل کوچک، جابجایی و کرنش‌ها، کرنش‌های کسروی و انحرافی و ... مورد بحث قرار می‌گیرند. از آنجا که در بسیاری از مسائل عمومی و بخصوص تغییر شکل‌های بزرگ، اثرات غیر خطی مهم می‌باشند، لذا در این فصل تئوری تغییر شکل غیر خطی را نیز ارائه می‌گردد. بدیهی است که معادلات خاص تغییر شکل خطی را نیز می‌توان از معادلات تغییر شکل غیر خطی بدست آورد. تعریف کرنش از دیدگاه مهندسی، کرنش لگاریتمی، تعیین جهات المان تغییر شکل یافته، کرنش برشی، محدودیت تغییر شکل یک محیط پیوسته و ضرب بزرگ‌نمایی، همگی برای یک تغییر شکل غیر خطی در این فصل ارائه می‌شود. اگر چه خوانندگان با اهمیت تنش و معادلات تنش آشنایی کامل دارند ولی جهت یاد آوری، مروری کوتاه بر مفاهیم اساسی تنش و تانسور تنش، تبدیل تنش، تنش‌های اصلی، تنش-های کسروی و انحرافی، و معادلات تعادل در فصل سوم ارائه می‌شود.

فصل چهارم شامل مروری بر فصل ماده- نامات الاستیک خطی، قانون هوک، روابط بنیانی ترموالاستیسیته می‌باشد.

در فصل پنجم فرمول بندی و استراتژی‌های حل شرط مرزی و طبقه بندی بنیانی، فرمول بندی تنش، فرمول بندی جابجایی، اصل رویهم گذاشتن اصل سن و نان، و استراتژی‌های حل مسائل مورد بررسی قرار می‌گیرند.

عنوان فصل ششم انرژی کرنشی و اصول مرتبط است و به مباحثی چون گانگی مسأله مقدار مرزی الاستیسیته، تئوری‌های انتگرال وابسته، اصل کار مجازی، اصل انرژی پتانسیل کمینه و مکمل، روش ریلی - ریتز می‌پردازد.

فصل هفتم فرمول بندی دوبعدی را ارائه می‌دهد و به بحث در مورد کرنش صفحه‌ای، تنش صفحه‌ای، تابع تنش ابری، و فرمول بندی در مختصات قطبی می‌پردازد.

در فصل هشتم حل مسائل دوبعدی در مختصات کارتین با استفاده از چند جمله‌ای‌ها و روش‌های فوریه، در مختصات قطبی، حل چندین مثال کاربردی از قبیل نیم فضا تحت بارهای گوناگون، مسائل ناچ و ترک، دیسک تحت فشار قطری، و انواع دیسک دوآر ارائه می‌گردد.

فصل نهم با عنوان روش‌های متغیر مختلط شامل فرمول بندی مسائل صفحه‌ای، برآیند شرایط مرزی، ساختار عمومی پتانسیل‌های مختلط می‌باشد. در این فصل مسائلی چون دیسک تحت

فشار یکنواخت. مسائل صفحه‌ای و نیم صفحه‌ای، ورق نامحدود با سوراخ دایروی، نگاشت همدیس، صفحه‌ی نامحدود با یک حفره بیضوی، تحلیل ترک، و کاربرد تئوری‌ها در مکانیک شکست مورد بررسی قرار می‌گیرد.

بسیاری از سازه‌های مکانیکی در معرض توام بارهای مکانیکی و حرارتی قرار می‌گیرند. لذا بحث مهم و کاربردی ترموالاستیسیته در فصل دهم ارائه می‌گردد. هدایت حرارتی، معادله انرژی، فرمول‌بندی غیرکویله، فرمول‌بندی دوبعدی، حل پتانسیل جابجایی، فرمول‌بندی تابع تنش، فرمول‌بندی در مختصات قطبی، مسائل با تقارن شعاعی، روش‌های متغیر مختلط برای حل مسائل صفحه‌ای، از عناوینی هستند که در این فصل به آن پرداخته می‌شود.

با عنایت و سخن حکیمانه:

"من ایشکر المخلوق لم یشکر الخالق"

از کلیه افرادی که در ترمین این کتاب زحمتی را متقبل شده‌اند، از جمله اعضای محترم شورای انتشارات و کارکنان محترم انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، دانشجویان دوره دکتری و کارشناسی ارشد که در هنگام تدریس این درس پیشنهاداتی ارائه داده‌اند، تقدیر و تشکر می‌گردد. از داوران محترمی که زحمت بررسی کتاب و داوری را متقبل شده و نکاتی را اعلام نموده‌اند، قدردانی می‌گردد. از زحمات و کمک‌های مهندس مهرشاد مهریویا به صورت خاص تقدیر می‌شود. انشاءالله خداوند به همگی آن‌ها اجر و پاداش فراوان عطا نماید.

هر گونه انتقاد و پیشنهاد از طرف اساتید محترم، محققان و دانشجویان گرامی را با کمال میل و رغبت می‌پذیریم و موجب امتنان خواهد بود.

از اینکه این توفیق حاصل شد تا به حول و قوه الهی بتوانیم این اثر را به جامعه علمی کشور تقدیم و بخش اندکی از دین عظیم خود را نسبت به ملت شریف ایران ادا کنیم، خداوند متان را سپاسگزاریم.

عاجزانه از باری تعالی استمداد می‌طلبیم تا باز هم توفیق اداء دین را به مؤلفین عطا فرماید.

رحمت ا... فاجار

حسام قورچی بیگی

شهریور ۱۳۹۲