

۱۳۵۴۷۱۲

# حساب دیفرانسیل و انتگرال

ویراست هفتم

جیمز استوارت

جلد ۱ (قسمت دوم)

دکتر علی اکبر عالمزاده

|                     |                                                                       |                |
|---------------------|-----------------------------------------------------------------------|----------------|
| سرشناسه             | : استوارت، جیمز، ۱۹۴۱-م                                               | Stewart, James |
| عنوان و نام پدیدآور | : حساب دیفرانسیل و انتگرال / جیمز استوارت: [مترجم] علی اکبر عالمزاده. |                |
| مشخصات نشر          | : تهران: نیاز دانش، ۱۳۹۴.                                             |                |
| مشخصات ظاهری        | : ج.                                                                  |                |
| شابک                | : دوره: 978-600-7724-25-5؛ جلد ۱ (قسمت اول) 978-600-7724-24-8         |                |
|                     | : جلد ۱ (قسمت دوم) 978-600-7724-26-2                                  |                |
| وضعیت فهرست‌نویسی   | : فیبا.                                                               |                |
| یادداشت             | : عنوان اصلی: Calculus, 7 <sup>th</sup> ed, 2012                      |                |
| موضوع               | : حساب دیفرانسیل                                                      |                |
| موضوع               | : حساب انتگرال                                                        |                |
| شناسه افزوده        | : عالمزاده، علی اکبر، ۱۳۲۲، مترجم.                                    |                |
| رده‌بندی کنگره      | : QA۳۰۳/۲/الف۵ ۱۳۹۴ ح ۵                                               |                |
| رده‌بندی دیویی      | : ۵۱۵/۱۵                                                              |                |
| شماره کتابشناسی ملی | : ۳۹۲۴۰۸۸                                                             |                |



|                           |                                                           |
|---------------------------|-----------------------------------------------------------|
| نام کتاب                  | : حساب دیفرانسیل و انتگرال ویراست هفتم / جلد ۱ (قسمت دوم) |
| نویسنده                   | : جیمز استوارت                                            |
| مترجم                     | : دکتر علی اکبر عالمزاده                                  |
| مدیر اجرایی - ناظر بر چاپ | : حمیدرضا محمد شیرازی - محمد شمس                          |
| ناشر                      | : نیاز دانش                                               |
| صفحه‌آرا                  | : واحد تولید انتشارات نیاز دانش                           |
| نوبت چاپ                  | : اول - ۱۳۹۴                                              |
| شمارگان                   | : ۵۰۰ نسخه                                                |
| قیمت                      | : ۳۲۰۰۰۰ ریال                                             |

|                                            |                        |
|--------------------------------------------|------------------------|
| شابک (جلد ۱ / قسمت دوم): ۹۷۸-۶۰۰-۷۷۲۴-۲۶-۲ | ISBN:978-600-7724-26-2 |
| شابک (دوره): ۹۷۸-۶۰۰-۷۷۲۴-۲۵-۵             | ISBN:978-600-7724-25-5 |

هرگونه چاپ و تکثیر (اعم از زیراکس، بازنویسی، ضبط کامپیوتری و تهیه CD) از محتویات این اثر بدون اجازه کتبی ناشر ممنوع است، متخلفان به موجب بند ۵ از ماده ۲ قانون حمایت از مؤلفان، مصنفان و هنرمندان تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

کلیه حقوق این اثر برای ناشر محفوظ است.  
 تماس با انتشارات: ۰۹۱۲۷۰۷۳۹۳۵-۰۶۶۴۷۸۱۰۸-۰۶۶۴۷۸۱۰۶-۰۲۱  
[www.Niaze-Danesh.com](http://www.Niaze-Danesh.com)  
 مشاوره جهت نشر: ۰۹۱۲-۲۱۰۶۷۰۹

## مقدمه مترجم

اثر پیش رو ویراست هفتم از کتاب معروف حساب دیفرانسیل و انتگرال تألیف جیمز استوارت است که به فارسی ترجمه و در دسترس علاقه‌مندان قرار گرفته است. کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال اثر جیمز استوارت در ۱۷ فصل تدوین شده است که تمامی مباحث ریاضی عمومی ۱ و ۲ را با نگارشی متفاوت و با بهره‌گیری از مثالهای کاربردی و قابل لمس برای دانشجویان بازگو می‌کند به همین جهت اثر فوق را در بین کتابهای حساب دیفرانسیل و انتگرال متمایز و مخاطب پسند نموده است. همچنین دانش‌آموزان مقطع پیش دانشگاهی و آمادگی برای المپیاد ریاضی کتاب حاضر را کتابی سودمند خواهند یافت.

ترجمه اثر یاد شده به فارسی در سه جلد تحت عناوین حساب دیفرانسیل و انتگرال جلد یک قسمت اول و دوم و جلد دو در دسترس قرار می‌گیرد که جلد اول قسمت اول و دوم مباحث مربوط به ریاضی عمومی ۱ و مباحث انتهایی جلد اول قسمت دوم به همراه جلد دوم مباحث مربوط به ریاضی عمومی ۲ را مطابق سر فصل ارائه شده از سوی وزارت علوم پوشش میدهد.

جلد یک قسمت اول کتاب پس از پیشگفتار مترجم با پیشگفتاری از نویسنده و سخنی با دانشجویان آغاز میگردد، سپس جهت یادآوری برخی مطالب ریاضی میبختی تحت عنوان آزمون سنجش آمادگی و بعد از آن مروری اجمالی بر حساب و دیفرانسیل آمده است که یادآوری آنچه دانشجویان تا کنون آموخته‌اند را میکند.

فصل ششم توابع معکوس را به صورت کامل توضیح داده و در فصل هفتم به روشهای انتگرال‌گیری می‌پردازد، در فصل هشتم نویسنده کاربردهای دیگر انتگرال‌گیری را تحت زیر فصل‌های طول قوس، مساحت سطح دوار، کاربردها در فیزیک و مهندسی، کاربردها در اقتصاد و زیست‌شناسی و در نهایت احتمال به تفصیل توضیح داده است، در فصل نهم معادلات دیفرانسیل شرح داده شده است و در فصل دهم معادلات پارامتری و مختصات قطبی پوشش داده شده است، در فصل یازدهم دنباله‌ها و سری‌های نامتناهی آمده است و در پایان هر فصل مروری به فصل یادشده به همراه تمرینات متعددی جهت به چالش کشیدن دانشجویان طراحی شده است و در پایان کتاب پاسخ تمرینات فرد و همچنین جدول انتگرالها به عنوان پیوست قرار گرفته است.

این کتاب میتواند برای تمامی دانشجویان و مدرسان دانشگاهی و همچنین تمام افرادی که در خارج از محیط دانشگاه که در صنعت و کاربردهای عملی فعالیت دارند و با ریاضیات سر و کار دارند مورد استفاده قرار گیرد.

علی اکبر عالم زاده

# پیشگفتار

کشفی بزرگ است که باعث حل مسئله‌ای مهم می‌شود، اما در حل هر مسئله‌ای خمیر مایه‌ای از اکتشاف قرار دارد. امکان دارد مسئله شما ساده باشد؛ اما اگر کنجکاوی شما را تحریک و تخیل شما را فعال کند، و همینطور اگر خودتان مسئله را حل کنید، ممکن است سختی را تحمل کنید و شیرینی موفقیت را درک نمایید.

جورج پولیا

مارک ون دورن گفته هنر تدریس، هنر همیاری در کشف کردن است. سعی من بر این بوده که کتابی به نگارش درآورم که به دانشجویان در کشف حساب دیفرانسیل و انتگرال و همچنین درک قدرت آن در مسئله‌های عملی و همینطور پی بردن به زیبایی شگفت انگیزش کمک کند. در این ویراست همچون ویراست‌های پیشین، تلاش بر این بوده که به دانشجویان دلایل مفید بودن حساب دیفرانسیل و انتگرال را گوشزد و تواناییهای تکنیکی آنها را ارتقاء بخشیم، همچنین سعی نموده‌ام بعضی از زیبایی‌های ذاتی را در این حوزه نمایان سازم. بدون هیچ تردیدی نیوتن زمان نائل آمدن به کشفیات بزرگش شرینی موفقیت را درک کرده است، من می‌خواهم دانشجویان نیز با نیوتن سهیم باشند.

تأکید بر درک مفاهیم است. تفکر من بر این استوار است همه با این موضوع موافق هستند و اینکه این امر باید غایت اصلی در آموزش حساب دیفرانسیل و انتگرال باشد. به یقین، تمایل کنونی در اصلاح آموزش حساب دیفرانسیل و انتگرال از کنفرانس تولن در سال ۱۹۸۶ شروع شد، که در آنجا اولین توصیه را:

## تمرکز بر درک مفهومی

پایه گذاشتند. تلاش کرده‌ام در قالب اصلی سه چیز این مهم را برآورده سازم: (مباحث باید هندسی، عددی و جبری طرح شود.)

تجسم، کسب تجربه از بررسی‌های عددی و نموداری و چگونگی تدریس به روشهای دیگر به طور پایه‌ای استدلال مفهومی را با تغییر مواجه می‌کند. اخیراً اصل سه چیز را به واسطه اهمیت دادن به جنبه‌های کلامی یا توصیفی، گسترش داده و به اصل چهار چیز مبدل کرده‌اند.

در نگارش ویراست هفتم این کتاب فرض بر این است که به درک مفهومی می‌توان رسید و در عین حال برترین ستهای حساب دیفرانسیل و انتگرال سنتی را پاس داشت. این کتاب عناصر اصلی اصلاحات را در بر دارد ولیکن در قالب برنامه درسی سنتی به نگارش درآمده است.

# سخنی با دانشجویان

همچنین در مواردی به نماد  بر می‌خورید، که هشدار است برای شما که مرتکب خطا نشوید. در جاهایی در حاشیه متن که دانشجویانم مرتکب همان اشتباه شده‌اند از این نماد استفاده کرده‌ام.

ابزارهایی برای غنی‌سازی حساب دیفرانسیل و انتگرال که یک همنشین برای این متن است معنی نماد **TEC** را بیان می‌کند، و می‌تواند افزایش بازدید WebAssign و CourseMate را فراهم آورد. (بخش‌های تخصصی و مداخله‌های انتخابی در آدرس [www.stewartcalculus.com](http://www.stewartcalculus.com) در دسترس قرار دارد.) این شما را مستقیماً به مدلی که می‌توانید نمود حساب دیفرانسیل و انتگرال را با کامپیوتر و به طور خاص و مفید مشاهده کنید هدایت می‌نماید.

**راهنمای تمرینات خانه** برای مشخص کردن این تمرینات از شماره با رنگ قرمز استفاده شده است. این راهنماها می‌توانند در آدرس [www.stewartcalculus.com](http://www.stewartcalculus.com) همانند WebAssign و CourseMate یافت شوند. راهنمای تمرینات از شما سوالاتی می‌پرسد که به شما این امکان را می‌دهد که به سمت راه حل پیش بروید، بدون اینکه جواب نهایی را در اختیارتان بگذارد. شما باید راهنمایی‌ها را به دقت با مداد بر روی کاغذ برای تمرین جزئیات جمع‌آوری کنید. اگر راهنمایی خاص برای حل مسئله برای شما سودمند نبود می‌توانید برای دیدن راهنمایی بعدی دوباره کلیک کنید.

پیشنهاد می‌کنم برای مراجعات بعدی، کتاب را پس از اتمام درس نزد خود داشته باشید. به احتمال زیاد برخی موارد خاص حساب دیفرانسیل و انتگرال را از یاد خواهید برد چرا که در یادآوری مباحث در درسهای مرتبط با حساب دیفرانسیل و انتگرال مفید خواهد بود. همچنین این کتاب به دلیل مطالب فراوان مرجعی سودمند برای مهندسان و دانشمندان خواهد بود.

حساب دیفرانسیل و انتگرال مبحث جذابی است تا آنجا که جزو دستاوردهای بزرگ انسان متفکر به شمار می‌رود. امیدوارم علاوه بر ثمر بخش بودن این موضوع زیبایی ذاتی آن را دریابید.

جیمز استوارت

خواندن کتاب درسی حساب دیفرانسیل و انتگرال از خواندن روزنامه یا رمان، یا حتی کتاب فیزیک جدا است. دلسرد نشوید هنگامی که مجبورید قسمتی را بیش از یکبار بخوانید تا مطالب آن را یاد بگیرید. باید قلم و کاغذ و ماشین حساب همواره کنار دستتان باشد تا بتوانید نمودار را رسم کنید و یا محاسبات را انجام دهید.

بعضی از دانشجویان تلاش می‌کنند نخست تکلیف‌های محوله را انجام دهند و فقط هنگامی که در حل یک مسئله دچار مشکل می‌شوند به سراغ متن درس می‌روند. توصیه می‌کنم قبل از اینکه به حل تمرینها بپردازید خیلی بهتر است که درس را خوانده و هر بخش از متن درس را درک کنید. به خصوص، باید به تعریف‌ها نگاهی داشته باشید تا عبارات را دقیق‌تر درک کنید. همچنین توصیه می‌کنم قبل از خواندن هر مثال حلش را ببوشانید و تلاش کنید مسئله را خودتان حل کنید. در این صورت چیز بیشتری بدست می‌آورید.

منطقی‌نگریستن به موضوع بخشی از اهداف این درس است. سعی کنید در حل تمرینها گام به گام و با استفاده از جمله‌هایی توصیفی که با هم ارتباط دارند پیش بروید، نه اینکه معادله‌ها و دستورهای نامرتبط را پشت سر هم ردیف کنید.

در انتهای کتاب جواب تمرینهای فرد آمده است. در بعضی از تمرینها از شما خواسته‌ام موضوعی را به طور کلامی شرح دهید، در این موارد تنها یک پاسخ صحیح وجود ندارد، لذا رد صورتی که پاسختان با جواب من متفاوت بود بی‌درنگ به اشتباه بودن آن فکر نکنید. به‌طور نمونه اگر پاسخی در انتهای کتاب  $1 - \sqrt{2}$  بود و شما  $\frac{1}{1 + \sqrt{2}}$  را بدست آوردید، آن وقت پاسخ شما صحیح است با گویا کردن مخرج می‌بینید که پاسخ‌ها یکسان هستند.

نماد  تمرینی را مشخص می‌کند که برای حل آن باید به طور دقیق از ماشین حساب رسام یا کامپیوتر که نرم‌افزار رسامی روی آن قرار دارد بهره‌برد. (در ضمیمه چ در مورد نحوه بهره‌برداری از این ابزار رسامی و برخی چالش‌هایی که با آنها مواجه خواهید شد بحث خواهیم کرد.) اما این باعث نمی‌شود که در حل دیگر تمرینها، جهت بررسی درستی جوابهایتان از ابزار رسامی استفاده نکنید.

نماد **CAS** به مسائلی اختصاص می‌یابد که در آنها به امکانات سیستمهای جبری کامپیوتری (مانند درایو، میپل، متمیکا یا TI-89/92) محتاج هستیم.

# فهرست مطالب

۲۱ توابع معکوس ۶

|     |                                 |
|-----|---------------------------------|
| ۲۲  | ۱-۶ توابع معکوس                 |
| ۲۹  | ۲-۶ توابع نمایی و مشتقات آنها   |
| ۴۰  | ۳-۶ توابع لگاریتمی              |
| ۴۷  | ۴-۶ مشتق توابع لگاریتمی         |
| ۵۵  | *۲-۶ تابع لگاریتمی طبیعی        |
| ۶۳  | *۳-۶ تابع نمایی طبیعی           |
| ۷۰  | *۴-۶ توابع لگاریتمی و نمایی کلی |
| ۷۸  | ۵-۶ رشد و تحلیل نمایی           |
| ۸۵  | ۶-۶ توابع مثلثاتی معکوس         |
| ۹۳  | ۷-۶ توابع هذلولوی               |
| ۱۰۰ | ۸-۶ صور مبهم و قاعده هویتنال    |
| ۱۱۰ | مرور مطالب                      |

۱۱۷ روش‌های انتگرال گیری ۷

|     |                                                                  |
|-----|------------------------------------------------------------------|
| ۱۱۸ | ۱-۷ انتگرال گیری جزء به جزء                                      |
| ۱۲۴ | ۲-۷ انتگرال‌های مثلثاتی                                          |
| ۱۳۰ | ۳-۷ جانشانی مثلثاتی                                              |
| ۱۳۶ | ۴-۷ انتگرال گیری از توابع گویا به وسیله کسرهای جزئی              |
| ۱۴۵ | ۵-۷ روش انتگرال گیری                                             |
| ۱۵۰ | ۶-۷ انتگرال گیری با استفاده از جدولها و دستگاههای جبری کامپیوتری |
| ۱۵۵ | ۷-۷ انتگرال گیری تقریبی                                          |
| ۱۶۷ | ۸-۷ انتگرال‌های مجازی                                            |
| ۱۷۷ | مرور مطالب                                                       |

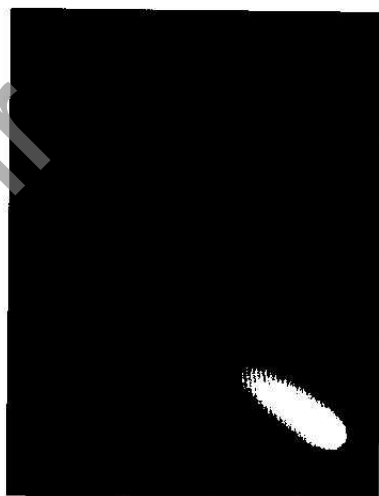
۱۸۵ کاربردهای دیگر انتگرال گیری ۸

|     |                                     |
|-----|-------------------------------------|
| ۱۸۶ | ۱-۸ طول قوس                         |
| ۱۹۲ | ۲-۸ مساحت سطح‌دوار                  |
| ۱۹۸ | ۳-۸ کاربردها در فیزیک و مهندسی      |
| ۲۰۷ | ۴-۸ کاربردها در اقتصاد و زیست‌شناسی |
| ۲۱۲ | ۵-۸ احتمال                          |
| ۲۱۸ | مرور مطالب                          |

|     |     |                               |
|-----|-----|-------------------------------|
| ۲۲۴ | ۱-۹ | مدل سازی با معادلات دیفرانسیل |
| ۲۲۹ | ۲-۹ | میدانهای جهتی و روش اویلر     |
| ۲۳۷ | ۳-۹ | معادلات جدایی پذیر            |
| ۲۴۷ | ۴-۹ | مدلهای رشد جمعیت              |
| ۲۵۶ | ۵-۹ | معادلات خطی                   |
| ۲۶۲ | ۶-۹ | دستگاههای شکارچی - شکار       |
| ۲۶۸ |     | مرور مطالب                    |



|     |      |                                               |
|-----|------|-----------------------------------------------|
| ۲۷۶ | ۱-۱۰ | منحنیهای تعریف شده با معادلات پارامتری        |
| ۲۸۴ | ۲-۱۰ | حساب دیفرانسیل و انتگرال با منحنیهای پارامتری |
| ۲۹۳ | ۳-۱۰ | مختصات قطبی                                   |
| ۳۰۴ | ۴-۱۰ | مساحتها و طولها در مختصات قطبی                |
| ۳۰۸ | ۵-۱۰ | مقاطع عرضی                                    |
| ۳۱۶ | ۶-۱۰ | مقاطع مخروطی در مختصات قطبی                   |
| ۳۲۲ |      | مرور مطالب                                    |



|     |       |                                     |
|-----|-------|-------------------------------------|
| ۳۲۸ | ۱-۱۱  | دنباله‌ها                           |
| ۳۴۰ | ۲-۱۱  | سریها                               |
| ۳۵۰ | ۳-۱۱  | آزمون انتگرال و تخمین مجموعها       |
| ۳۵۷ | ۴-۱۱  | آزمونهای مقایسه                     |
| ۳۶۲ | ۵-۱۱  | سریهای متناوب                       |
| ۳۶۶ | ۶-۱۱  | همگرایی مطلق و آزمونهای نسبت و ریشه |
| ۳۷۲ | ۷-۱۱  | روش امتحان سریها                    |
| ۳۷۴ | ۸-۱۱  | سریهای توانی                        |
| ۳۸۰ | ۹-۱۱  | نمایشهای توابع به صورت سریهای توانی |
| ۳۸۵ | ۱۰-۱۱ | سریهای تیلور و ماکلورن              |
| ۳۹۸ | ۱۱-۱۱ | کاربردهای چند جمله‌ایهای تیلور      |
| ۴۰۸ |       | مرور مطالب                          |

