

حساب دیفرانسیل و انتگرال با هندسه تحلیلی

(تجدیدنظر کلی)

جلد اول

لویی لاتمول

مترجم:

دکتر علی اکبر عالمزاده

نیاز دانش

پیش‌گفتار مترجم

این کتاب اثر معروفی است که به فارسی ترجمه و در سه جلد تقدیم می‌شود. جلد اول با پیش‌گفتار مترجم، پیش‌گفتار مؤلف و فهرست مطالب آغاز شده و سپس فصل‌های می‌آید.

فصل اول راجع به اعداد حقیقی، آشنایی با هندسه تحلیلی، و توابع می‌باشد.

فصل دوم به حدود و پیوستگی می‌پردازد.

فصل سوم در باب مشتق و خواص آن می‌باشد.

در فصل چهارم کاربردهای مشتق مطرح می‌شود.

فصل پنجم راجع به دیفرانسیل و پادمشتق‌گیری خواننده خواهد بود.

و فصل ششم انتگرال‌های معین به ظهور مشروح مورد بحث قرار می‌گیرد.

در خاتمه سؤالات تکمیلی جلد اول مطرح خواهند شد. این کتاب در صورتی نظیر بوده و برای تمامی رشته‌ها اعم از ریاضی و غیرریاضی که با حساب دیفرانسیل و انتگرال سروکار دارند مناسب می‌باشد.

دکتر علی اکبر عالم‌زاده

تابستان ۱۳۹۳

www.ketab.ir

پیش‌گفتار مؤلف

چاپ چهارم حساب دیفرانسیل و انتگرال با هندسه تحلیلی، همانند سه چاپ دیگر، برای دانشجویان ریاضی و نیز دانشجویان مهندسی علوم طبیعی و اجتماعی، یا رشته‌های غیر فنی طرح شده است. در تدوین آن جبر و هندسه سراسر را در نظر گرفته‌ایم.

کتاب هم در یک جلد و هم در دو جلد در دسترس شماست. قسمت یک از پانزده فصل اول، و قسمت دو از فصل‌های ۱۵ تا ۲۰ متشکل از فصل ۱۵ در باب سری‌های نامتناهی در هر دو قسمت آمده است تا استفاده از دو جلد را مفیدتر کند. مطالب قسمت یک عبارتند از حساب دیفرانسیل و انتگرال توابع یک متغیره و هندسه تحلیلی در صفحه‌ها و می‌توان آنها را در یک سال و در نه یا ده ساعت در هفته در نظام نیم سالی یا دوازده ساعت در هفته در نظام ثلاثی تدریس کرد. قسمت دو برای یک درس پنج یا شش ساعت در هفته در نظام نیم سالی یا شش ساعت در هفته در نظام ثلاثی مناسب است. این قسمت شامل حساب دیفرانسیل و انتگرال چند متغیره، بحث از بردارها در صفحه، و نیز در ابعاد سه، با روش برداری در هندسه تحلیلی فضایی، می‌باشد.

اهداف چاپهای قبلی حفظ شده‌اند. کوشیده‌ایم تا تعادل سالمی بین حساب دیفرانسیل و انتگرال مقدماتی به روش دقیق و روش قدیمی‌تر، یعنی شهودی، و دیدگاه محاسبه‌ای برقرار آورد. با توجه به اینکه کتاب درسی باید برای شاگرد نگاشته شود، سعی شده مطالب در حد تجربه‌های مبتدی باشد و هیچ مرحله‌ای بی‌توضیح نماند یا حذف نشود. خواننده باید بداند که برهان‌ها گسایا لازمند و این برهانها بخوبی انگیزه‌دار و بدقت توضیح داده شده‌اند تا برای شاگردی که بر بخش‌های قبلی کتاب نسبتاً مسلط است قابل درک باشد.

در مورد قضایای بی برهان، عموماً بحث با شکل و مثال وسعت یافته است، و در این حالات همیشه تاکید شده که مطالب توضیحی است از قضیه و برهانی برای آن نیست.

در سراسر این چاپ نوآوری‌هایی دیده می‌شود، که در بندهای زیر مطرح خواهند شد. در اینجا بیش از ۶۸۰۰ تمرین وجود دارند که تجدید نظر و طبقه‌بندی شده‌اند تا انواع مختلفی از مسائل، از محاسبه‌ای

تا کاربردی و نظری، در دست باشد. در بین بیش از ۲۰۰۰ تمرین جدید، تمرینات مقدماتی اضافی، و نیز تمریناتی در رابطه با واحد سنجش، یافت می‌شوند.

فصل ۱ شامل مطالبی در باب دستگاه اعداد حقیقی است و از چاپ‌های قبلی کمتر هشرح است. آشنایی با هندسه تحلیلی در این فصل شامل مطالب سستی خطوط مستقیم و همچنین دایره است. توابع در بخش ۱-۵ عرضه می‌شوند. تابع مجموعه‌ای از جفت‌های مرتب تعریف، و از این ایده برای تجسم مفهوم تابع به عنوان تناظری بین مجموعه‌هایی از اعداد حقیقی استفاده شده است. تعریف توابع سینوس و کسینوس را به بخش ۱-۷ برده‌ایم. این معرفی زودتر استفاده از آنها در فصول ۳ و ۵ در مثالهای مشتقگیری و پاد مشتقگیری از توابع غیر جبری را مجاز می‌سازد.

بحث جدید و پیوستگی در فصل ۲ این چاپ کامل است. این مباحث در قلب هر درس مقدماتی حساب دیفرانسیل انتگرال واقعند. برای مفهوم حد یک تابع، ابتدا انگیزه قدم به قدم داده شده که بحث را، با بیان شهود فرایند حد، از محاسبه مقدار تابع در مجاورت یک عدد به تعریف دقیق اپسیل - دلتا می‌کشاند. رسم این مثالها که تدریجا مشکل می‌شوند گنجانده شده‌اند. همه قضایای حدی بیان شده‌اند، و چند برهانی که در آنها، و بقیه در تمرین‌ها به اختصار شرح داده شده‌اند. در بحث پیوستگی، از توابع روزمره، مثل و مثال نقض استفاده، و از آنهایی که معنی شهودی کمتری دارند احتراز شده است.

در فصل ۳، پیش از تعریف صوری خط مستقیم بر یک منحنی تعریف شده تا قبلا کاربرد هندسی مشتق نموده شود. کاربرد فیزیکی حرکت لحظه‌ای در حرکت مستقیم‌الخط پس از اثبات قضایایی در مشتقگیری عرضه می‌شود. قاعده هجیره‌ای در بخش ۳-۷ بیان و اثبات شده است، و در اینجا توابع سینوس و کسینوس به عنوان مثال از فصول قبلی به توابع غیر جبری بکار رفته‌اند. فصل ۴ کاربردهای سستی مشتق را در مسائل میزان‌های مرتبط، از جمله رسم منحنی، و نیز در تجارت و اقتصاد بدست می‌دهد.

پادمشتق در فصل ۵ مطرح می‌شود. به جای انتگرالگیری نامعین، اصطلاح «پاد مشتقگیری» استفاده شده، اما نماد متعارف حفظ شده است. این نماد می‌گوید که باید بین انتگرال‌های معین، که در فصل ۶ معرفی شدند، و پاد مشتق‌ها رابطه‌ای موجود باشد، اما این تا جایایی که به نظری دید صحیحی از انتگرال معین به عنوان حد مجموعه‌ها بدست دهد آسیبی نخواهد رسانید. در فصل ۵ معادلات دیفرانسیل با متغیرهای جدایی‌پذیر، همراه با مثال‌هایی جدید، بازنویسی شده است.

در فصل ۶ تمریناتی در محاسبه انتگرال‌های معین به وسیله یافتن حدود مجموعه‌ها داده شده تا هر طرز محاسبه آنها تاکید گذارده شود. معرفی انتگرال معین پس از تعریف مساحت تحت یک منحنی به عنوان حد مجموعه‌ها می‌آید. خواص مقدماتی انتگرال معین را نتیجه گرفته و قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال را ثابت می‌کنیم. تاکید می‌کنیم که این قضیه مهمی است، زیرا روش دیگری برای محاسبه حدود مجموعه‌ها بدست می‌دهد. انتگرالگیری تقریبی بلافاصله پس از قضیه اساسی عرضه

می‌شود. این مطالب در صورت قضایایی برای محاسبه کرانه‌های خطای ناشی از این تقریبات گنجانده شده‌اند.

در این چاپ کاربردهای انتگرال معین به دو فصل تقسیم شده‌اند. آن‌های موجود در فصل ۷ مشتمل بر مساحت، حجم، طول قوس، و کار هستند. بخش مربوط به کار بازنویسی شده تا واحدهای متری را در برگیرد، و امثله و تمرینات جدیدی نیز برای استفاده از این واحدها گنجانده شده‌اند.

در فصل ۸ بحث توابع معکوس با استفاده از تابع یک به یک بازنویسی شده و در دو بخش به جای یکی آورده است. بحث توابع لگاریتمی و حسی در این فصل به روشی نوین انجام یافته است. لگاریتم طبیعی و معکوس آن، و تابع نمایی با معکوس توابع لگاریتمی طبیعی تعریف شده است. سپس توان یک عدد حقیقی را تعریف کرده‌یم.

توابع تریگنومتر کتانگ، کتانگ معکوس، و کسکانت در فصل ۹ تعریف شده‌اند. اتحادهای مثلثاتی مهم را نتیجه گرفته و با آن بدین آوردن فرمول‌هایی جهت مشتقات و انتگرال‌های این توابع کنار برده‌یم. بحث توابع مثلثاتی معکوس در باب‌های قبلی پیراسته، و بحث توابع هذلولی به این فصل آورده شده است.

فصل ۱۰، در باب فنون انتگرال‌گیری، در هر یکی از مهمترین جنبه‌های محاسبه‌ای حساب دیفرانسیل و انتگرال است. پس از انگیزه‌های مقدماتی، مسائلی نظری هر روش را توضیح داده‌ایم. تسلط بر فنون انتگرال‌گیری بستگی به مثال‌ها دارد، و بر این توضیح مسائلی استفاده شده که شاگرد محقق در عمل با آنها مواجه است، مسائلی که حلشان به صبر و استقامت نیاز دارد.

بخش‌های مربوط به کاربرد انتگرال معین در فصل ۱۱ بازنویسی شده‌اند و شامل امثله و تمرینات جدیدی در رابطه با فنون انتگرال‌گیری که در فصل ۱۰ آمده است می‌باشند. بخشی اضافی در باب واحدهای اندازه‌گیری نیز مطرح شده است.

مختصات قطبی و کاربردهایی از آنها در فصل ۱۲ آمده‌اند. در فصل ۱۳ اصولی‌ها به عنوان مبحثی یکپارچه مطرح می‌شوند تا بر رابطه طبیعی و نزدیکشان با هم تاکید گذاشته شود. سهمی در دو بخش اول مطرح می‌شود. بعد معادلات مخروطی‌ها در مختصات قطبی بدست می‌آید. معادلات دکارتی بیضی و هذلولی از معادلات قطبی نتیجه می‌شوند. کاربردهای دیگری از سهمی، بیضی، و هذلولی نیز در این چاپ گنجانده شده است.

مباحث صور مبهم، انتگرال‌های مجازی، و فرمول تیلور، و فنون محاسبه‌ای مربوطه، در فصل ۱۴ عرضه شده‌اند. در فصل ۱۵، تا جایی که در یک کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال مقدماتی عملی است، سعی شده تا سری‌های متناهی به طور کامل مطرح شود. علاوه بر مطالب محاسبه‌ای مرسوم، برهان تعادل همگرایی و کران‌داری دنباله‌های یکنوا مبتنی بر خاصیت تماهیت اعداد حقیقی و برهان‌های فرایندهای محاسبه‌ای مربوط به مشتق‌گیری و انتگرال‌گیری از سری‌های توانی نیز گنجانده شده است.

اگر کسی بخواهد بردارها را زودتر بگوید، می‌تواند ۵ بخش اول فصل ۱۶ در باب بردارها در صفحه را بعد از فصل ۴ تدریس کند. روش ما در بردارها جدید است، و هم موجب آشنایی با دیدگاه جبرخطی می‌شود هم با آنالیز برداری کلاسیک. کاربردها در فیزیک و هندسه‌اند. فصل ۱۷ به بردارها در فضای سه بعدی می‌پردازد و، در صورت تمایل، می‌توان سه بخش اول این فصل را همزمان با مطالب نظیر در فصل ۱۶ مطالعه کرد.

حدود، پیوستگی، و مشتقگیری توابع چند متغیره در فصل ۱۸ مطرح می‌شوند. بحث و امثله اصولاً در مورد تابع دو یا سه متغیره‌اند، و مشتقگیری توابع چند متغیره در فصل ۱۸ مطرح می‌شوند. بحث و امثله اصلی در مورد توابع دو یا سه متغیره‌اند؛ با اینحال، اغلب تعاریف و قضایا را می‌توان به توابع گستره مهم داد.

در فصل ۱۹ بخشی با نام مشتقات جهتی و گرادیان‌ها وجود دارد که متعاقبش بخشی می‌آید که کاربردهای گرادیان را در یافتن معادله صفحه مماس بر یک سطح نشان می‌دهد. کاربردهای مشتقات جزئی در حل مسائل مستقیم و معکوس شده‌اند، و بحث مبسوطی از ضرایب لاگرانژ به انضمام مثال‌های جدید و نیز بحثی از نظریه ریش مطرح شده‌اند. سه بخش به انتگرال‌های خط و مطالب مربوطه اختصاص یافته‌اند.

انتگرال مضاعف یک تابع دو متغیره و انتگرال سه گانه یک تابع سه متغیره، همراه با کاربردهایی در فیزیک، مهندسی، و هندسه در فصل ۲۰ مطرح شده‌اند. بخش ۲۰-۶ در این چاپ جدید است. این بخش به توضیح قضیه گرین و قضیه استوکس در صفحه می‌پردازد.

لویی لایت‌هولد

WWW.KETAB.PK



جلد

« شامل فصل نام نابل می باشد:

فصل اول اعداد حقیقی آغشی هنرنامه تحلیلی، و توابع

فصل دوم حدود و پیوستگی

فصل سوم مشتق

فصل چهارم کاربردهای مشتق

فصل پنجم دیفرانسیل و پادمشتق گیری

فصل ششم انتگرال معین

سئوالات تکمیلی جلد اول

www.ketab.ir

فهرست مطالب

فصل اول - اعداد حقیقی، آشنایی با هندسه تحلیلی، و توابع ۵

بخش ۱-۱	اعداد حقیقی و نامساویها.....	۵۰
بخش ۲-۱	صفحه اعداد و نمودار معادلات.....	۲۰
بخش ۳-۱	فرمول فاصله. دایره. و فرمولهای	
	نقطه میانی.....	۳۰
بخش ۴-۱	معادلات خط.....	۴۳
بخش ۷-۱	توابع تریگونومتری و کسینوس.....	۷۶
بخش ۶-۱	معادله گذاری تابع، اعمال بر توابع، و	
	انواع تابع.....	۶۶
بخش ۷-۲	توابع و نمودارهای آنها.....	۵۷

فصل دوم - حدود و پیوستگی ۹۳

بخش ۱-۲	حد یک تابع.....	۹۳
بخش ۲-۲	قضایایی در باب حدود توابع.....	۱۰۴
بخش ۳-۲	حدود بکطرفه.....	۱۱۵
بخش ۴-۲	حدود نامتناهی.....	۱۲۲
بخش ۵-۲	حدود در بی نهایت.....	۱۳۴
بخش ۶-۲	پیوستگی یک تابع در یک عدد.....	۱۴۸
بخش ۷-۲	قضایایی در باب پیوستگی.....	۱۵۴
بخش ۸-۲	پیوستگی بر یک بازه.....	۱۶۴
بخش ۹-۲	قضیه فشار و $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t}$	۱۷۱
بخش ۱۰-۲	قضایای دیگر در باب حدود توابع.....	۱۷۹

فصل سوم - مشتق ۱۸۹

بخش ۱-۳	خط مماس ۱۸۹	بخش ۶-۳	مشتق توابع سینوس و کسینوس ۲۲۹
بخش ۲-۳	مشتق ۱۹۵	بخش ۷-۳	مشتق تابع مرکب ۲۳۴
بخش ۳-۳	مشتق پذیری و پیوستگی ۲۵۱	بخش ۸-۳	مشتق تابع توانی به ازای نماهای گویا ۲۴۱
بخش ۴-۳	چند قضیه در باب مشتق گیری	بخش ۹-۳	مشتق گیری ضمنی ۲۴۷
	از توابع جبری ۲۱۱	بخش ۱۰-۳	مشتقات مرتبه بالاتر ۲۵۱
بخش	مشتق به عنوان میزان تغییر ۲۱۸		

فصل چهارم - کاربردهای مشتق ۲۶۳

بخش ۱-۴	میزان تغییر مرتبه ۲۶۳	بخش ۶-۴	آزمون مشتق دوم برای اکسترمم های نسبی و نکات دیگری از اکسترمم های مطلق ۳۰۴
بخش ۲-۴	ماکزیمم و کمینیمم توابع ۲۷۵	بخش ۷-۴	کاربردهای دیگری در رابطه با اکسترمم های مطلق ۳۱۴
بخش ۳-۴	کاربردهای کسینوس و سینوس ۲۸۰	بخش ۸-۴	تقریر و نقاط عطف ۳۱۹
بخش ۴-۴	یک بازه بسته ۲۸۹	بخش ۹-۴	کاربردها در رسم نمودار یک تابع ۳۲۹
بخش ۵-۴	قضیه رل و قضیه مقدار میان ۲۸۹	بخش ۱۰-۴	کاربردهای مشتق در انتصاب ۳۳۴
بخش ۵-۴	توابع صعودی و نزولی در آزمون مشتق اول ۲۷۵		

فصل پنجم - دیفرانسیل و پادمشتق گیری ۳۵۵

بخش ۱-۵	دیفرانسیل ۳۵۵	بخش ۶-۵	معادلات دیفرانسیل با متغیرهای مستقل ۳۸۲
بخش ۲-۵	پادمشتق گیری ۳۶۷	بخش ۷-۵	پادمشتق گیری و حرکت مستقیم الخط ۳۸۱
بخش ۳-۵	پادمشتق گیری از توان های سینوس و کسینوس ۳۷۷	بخش ۶-۵	پادمشتق گیری در اقتصاد ۳۹۳

فصل ششم - انتگرال معین ۴۰۳

بخش ۱-۶	مساحت ۴۰۳	بخش ۵-۶	قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال ۴۳۹
بخش ۲-۶	انتگرال معین ۴۱۳	بخش ۶-۶	انتگرال گیری تقریبی ۴۴۹
بخش ۳-۶	خواص انتگرال معین ۴۲۳		
بخش ۴-۶	قضیه مقدار میانگین برای انتگرال ها ۴۳۳		

سئوالات تکمیلی جلد اولی ۴۶۳