

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

معادلات دیفرانسیل

قابل استفاده دانشجویان رشته های علوم پایه ، فنی و مهندسی

تألیف:

محسن میرافضل

آویدنگار

۱۳۹۰

سرشناسه

: میرافضل، محسن، ۱۳۴۱

عنوان و نام پدیدآور : معادلات دیفرانسیل قابل استفاده برای دانشجویان علوم پایه و فنی مهندسی / محسن میرافضل.

مشخصات نشر

: تهران: آویدنگار، مرکز نشر جهش، ۱۳۹۰

مشخصات ظاهری

: ۱۷۴ص: مصور، نمودار.

شابک

: ۹۷۸-۶۰۰-۶۲۱۶-۳۱-۷

وضعیت فهرست نویسی: فیا

یادداشت

: واژه‌نامه

موضوع

: معادله‌های دیفرانسیل -- راهنمای آموزشی (عالی)

موضوع

: معادله‌های دیفرانسیل -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)

رده بندی کنگره

: ۱۳۹۰م ۹۴ح/ QA۳۷۱

رده بندی دیویی

: ۵۱۵/۳۵۰۷۴

شماره کتابشناسی ملی

: ۳۴۷۰۱۹



عنوان: معادلات دیفرانسیل

مؤلف: محسن میرافضل

ناشر: آویدنگار

ناشر همکار: مرکز نشر جهش

ناظر چاپ و توزیع: سعید آرمان پور

شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه

نوبت چاپ: اول ۱۳۹۰

قیمت: ۵۰.۰۰۰ ریال

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۶۲۱۶-۳۱-۷

تلفن مرکز پخش و توزیع:

۶۶۹۳۰۶۳۱-۶۶۹۱۹۰۷۳-۶۶۵۷۲۱۰۰

www.jahesh.ac.ir

کلیه حقوق این اثر متعلق به مرکز نشر جهش می باشد.

هرگونه چاپ و تکثیر کل یا قسمتی از محتویات اثر به هر صورت اعم از فتوکپی، برداشت به صورت دست نویس و غیره بدون اجازه کتبی مرکز نشر جهش ممنوع است و متخلفان به موجب قانون حمایت از ناشران تحت پیگرد قانونی قرار می گیرند.

یاد خدا آرام بخش قلب است

یکی از راه‌های کمال و تقرب به ذات اقدس الهی، علم و دانش است. علمی که به تعبیر استاد شهید مطهری - زیبایی عقل است؛ علمی که انسان خداجو در آن نشانه‌های معبود را می‌جوید و می‌یابد و علمی که هر چه فزونی‌تر می‌گردد، دانه‌ده آن را به خدا نزدیکتر می‌کند.

این مرکز در راستای توسعه عدالت آموزشی و گسترش دسترسی همه داوطلبان به منابع در چند سال گذشته اقدامات و تلاش‌هایی را به عمل آورده که مورد استقبال و توجه صاحب‌نظران و داوطلبان ذیربط قرار گرفته است.

کتاب مزبور مبتنی بر تجربیات چندین ساله در دانشگاه‌ها و مراکز آموزشی و به‌خصوص فعالیت‌های مستمر تدریس، تألیف و تحقیق اساتید می‌باشد. لذا این مجموعه قبل از چاپ در کلاس‌های دانشگاه تدریس شده و با در نظر گرفتن نقاط قوت و ضعف داوطلبان تهیه شده است امید است راهنما و راه‌گشای داوطلبان در کلاس درس دانشگاه و آزمون کارشناسی ارشد قرار گیرد.

از دانشجویان و داوطلبان گرامی، اساتید محترم دانشگاه‌ها و صاحب‌نظران ارجمند انتظار داریم نظرات و پیشنهاد‌های اصلاحی خود را با ذکر دوره یا موارد با این مرکز نشر در میان گذارند تا اقدام لازم برای اعمال اصلاحات مورد نظر آنها به عمل آید.

نظریه معادلات دیفرانسیل از همه
نظام‌های ریاضی مهم‌تر است این نظریه
تمام جلوه‌های ابتدایی طبیعت که
مستلزم زمان هستند را توضیح می‌دهد.
سوفوس لی

مقدمه مؤلف

سرآغاز معادلات دیفرانسیل قرن هفدهم میلادی است، و آن زمانی است که نیوتن، لایب‌نیتز، و برنولی‌ها به حل چند معادله دیفرانسیل مراتب اول و دوم ساده که از هندسه و مکانیک ناشی شده بودند توفیق یافتند. این کشفیات اولیه، که هر دو عشان از سال ۱۶۹۰ میلادی بود، ظاهراً این فکر را پیش آورد که همه معادلات دیفرانسیل مبتنی بر مسائل مهندسی و فیزیکی را می‌توان بر حسب توابع مقدماتی آشنای حساب دیفرانسیل و انتگرال بیان کرد. لذا اغلب کارهای اولیه در جهت دستیابی به روش‌های ابتکاری برای حل معادلات دیفرانسیل به وسیله ابزارهای مقدماتی، یعنی تفریق، ضرب، تقسیم، ترکیب و انتگرال‌گیری بود که تعدادی متناهی بار بر توابع آشنای حساب دیفرانسیل و انتگرال صورت می‌گیرند.

چند روش خاص نظیر جداسازی متغیرها و استفاده از عامل‌های انتگرال‌گیری پیش از پایان قرن هفدهم کم و بیش مطرح بودند. در قرن هجدهم روندهای اصولی تر، عمدتاً به وسیله اویلر، لاگرانژ، و لابلاس، ارائه شدند. به سرعت معلوم شد که معادلات دیفرانسیل نسبتاً کمی را می‌توان با ابزارهای مقدماتی حل کرد. ریاضیدانان تدریجاً دریافتند که تلاش در کشف روش‌هایی برای حل همه معادلات دیفرانسیل بیهوده است. در عوض، پرسش در این باب که یک معادله دیفرانسیل جواب دارد یا نه مطرح شد و در صورت داشتن جواب، بررسی خواص جوابهای معادله مورد توجه قرار گرفت.

اگر چه تلاش در کشف روشهایی برای حل همه معادلات دیفرانسیل بیهوده است اما مطالعه معادلاتی که جواب بر حسب توابع مقدماتی دارند نه تنها لازم است بلکه بدون آشنائی با این روشها ادامه کار میسر نیست.

محسن میرافضل

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فصل اول : معادلات دیفرانسیل مرتبه اول	۷
۱-۱- مقدمه	۷
۲-۱- معادله با متغیرهای جداشدنی	۸
۳-۱- معادله خطی مرتبه اول	۱۰
۴-۱- معادله برنولی	۱۲
۵-۱- معادله ریگتی	۱۵
۶-۱- معادله همگن	۱۶
۷-۱- معادلات قابل تبدیل به همگن	۱۹
۸-۱- معادله کامل	۲۱
۹-۱- فاکتور انتگرالی که از راه تجسس تعیین می شود	۲۲
۱۰-۱- تعیین عامل های انتگرال ساز	۲۷
۱۱-۱- تغییر متغیر در معادلات دیفرانسیل مرتبه اول	۳۱
۱۲-۱- کاربرد معادلات مرتبه اول در تعیین مسیرهای معامد	۳۳
۱۳-۱- معادله مرتبه اول از درجه بیشتر از یک	۳۵
۱۴-۱- معادله لاگرانژ	۳۶
۱۵-۱- معادله کلرو	۳۸
فصل دوم : معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم و مراتب بالاتر	۴۱
۱-۲- مقدمه	۴۱
۲-۲- معادلات به صورت $y^{(n)} = f(x)$	۴۳
۳-۲- معادلات به صورت $F(x, y^{(k)}, \dots, y^{(n)}) = 0$	۴۴
۴-۲- معادلات به صورت $F(y, y', y'', \dots, y^{(n)}) = 0$	۴۷
۵-۲- معادله همگن نسبت به متغیرهای $y, y', \dots, y^{(n)}$	۵۰
۶-۲- معادله همگن تعمیم یافته	۵۳
۷-۲- معادلات دیفرانسیل خطی (فضای کلی)	۵۴
۸-۲- معادله دیفرانسیل خطی همگن با ضرایب ثابت	۵۷
۹-۲- معادله اویلر و معادله لزاندر	۶۳
۱۰-۲- جواب عمومی معادله غیر همگن	۶۶

۶۷	۱۱-۲- روش ضرایب نامعین
۷۰	۱۲-۲- روش عملگرهای معکوس
۸۰	۱۳-۲- روش تغییر پارامتر
۸۷	۱۴-۲- تعیین جواب عمومی با داشتن یک جواب همگن
۹۱	۱۵-۲- شکل نرمال معادله مرتبه دوم
۹۳	۱۶-۲- تغییر متغیر مستقل در معادله مرتبه دوم
۹۷	فصل سوم: جواب‌های به صورت سری توانی
۹۷	۱-۳- مقدمه
۹۹	۲-۳- معادلات حل مرتبه دوم - نقاط عادی
۱۰۶	۳-۳- معادلات خطی مرتبه دوم - نقاط غیر عادی منظم
۱۲۱	فصل چهارم: تبدیل لاپلاس و کاربرد آن در حل معادلات دیفرانسیل
۱۲۱	۱-۴- مقدمه
۱۲۱	۲-۴- تبدیل لاپلاس توابع مقدماتی
۱۲۵	۳-۴- تابع یک‌هویساید و تبدیل توابع تک‌ای
۱۲۸	۴-۴- تبدیل لاپلاس تابع متناوب
۱۳۱	۵-۴- قضایای تبدیل لاپلاس
۱۳۶	۶-۴- لاپلاس وارون
۱۴۲	۷-۴- کاربرد در معادلات دیفرانسیل
۱۴۶	۸-۴- کانولوشن و معادلات انتگرال
۱۵۱	۹-۴- کاربرد در حل دستگاه
۱۵۵	فصل پنجم: دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل
۱۵۵	۱-۵- مقدمه
۱۵۶	۲-۵- تحویل دستگاه به یک معادله (روش حذفی)
۱۵۸	۳-۵- استفاده از عملگرها در روش حذفی
۱۶۱	۴-۵- حل به کمک ترکیبات انتگرال پذیر
۱۶۴	۵-۵- روش ماتریسی
۱۷۲	۶-۵- روش تغییر پارامتر