

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

راهنمای تشریحی حل مسائل

حساب دیفرانسیل و انتگرال

و هندسه تحلیلی

(ویرایشدوازدهم)

جلد اول قسمت دوم

Based on the original work by
George B. Thomas, Jr.
Massachusetts Institute of Technology

Maurice D. Weir
Naval Postgraduate School

Joel Hass
University of California, Davis

باhtمام
فرزین حاجی جمشیدی،
مهرداد آزادی

سروشناسه	حاجی جمشیدی، فرزین، ۱۴۳۲ -
عنوان و نام پدیدآور	راهنمای تشریحی حل مسائل حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی توماس (ویرایش دوازدهم) جلد اول قسمت دوم / جورج ب. توماس، موریس دی. ویر، جوئل هاس؛ باهتمام فرزین حاجی جمشیدی، مهرداد آزادی
مشخصات نشر	تهران: صفار: اشرافی، ۱۴۳۲ -
مشخصات ظاهری	۳ ج: مصور، جدول، نمودار، ۲۲ × ۲۹ س.م
شابک	دوره: ۹- ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۸-۳۳۴-۸؛ ج. ۱: ۸- ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۸-۳۳۷-۵؛ ج. ۲: ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۸-۳۳۶-۵؛ ج. ۳: ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۸-۳۳۵-۵
وضعیت فهرستنوسی	فیبا
بادداشت	کتاب حاضر راهنمای حل مسائل ویرایش دوازدهم کتاب «حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی» نوشته «جورج ب. توماس براس ال، فینی و موریس د. ویر» است.
بادداشت	ج. ۱، ق. ۲ (چاپ اول: ۱۴۳۹) (فیبا).
بادداشت	ج. ۲ (چاپ اول: ۱۴۳۹) (فیبا).
عنوان دیگر	حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی.
موضوع	حساب دیفرانسیل
موضوع	حساب دیفرانسیل -- مسائل، تمرین‌ها و غیره
موضوع	حساب انتگرال
موضوع	حساب انتگرال -- مسائل، تمرین‌ها و غیره
موضوع	هندسه تحلیلی
موضوع	هندسه تحلیلی -- مسائل، تمرین‌ها و غیره
شناسه افروزه	آزادی، مهرداد
شناسه افروزه	توماس، جورج برینتن، ۱۹۱۴-۲۰۰۶
شناسه افروزه	هاس، جوئل، حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی
شناسه افروزه	ویر، موریس دی، ۱۹۳۹-۴۰، حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی
ردہ بندي کنگره	الف) ۱۴۳۹-۲۰۲۲۳/۹۵۲۲۳
ردہ بندي دیوبی	۵۱۵/۱۵
شماره کتابشناسی ملی	۲۲۵۵۴۸۴

فهرستنوسی بیش از انتشار: انتشارات صفار



نام کتاب	: راهنمای تشریحی حل مسائل حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی ویرایش دوازدهم (جلد اول قسمت دوم)
مؤلفین	: جورج ب. توماس- موریس دی. ویر- جوئل هاس
به اهتمام	: فرزین حاجی جمشیدی- مهرداد آزادی
طرح جلد	: فرهاد کمالی
حروفچینی	: معرفت
لیتوگرافی	: گنج شایگان (۱) ۵۵۴۰۲۱۸۴
چاپ متن	: گنج شایگان (۱) ۵۵۴۰۲۴۷۸
نوبت چاپ	: اول- پاییز ۱۴۳۹
شمارگان	: ۱۱۰ نسخه
قیمت	: ۹۵۰۰ ریال
ناشر	: انتشارات صفار- اشرافی
مرکز پخش	: خیابان انقلاب- روبروی دبیرخانه دانشگاه تهران- بازارچه کتاب- طبقه همکف
انتشارات اشرافی	: ۶۶۴۰۸۴۸۷ (۱) ۶۶۹۷۰۹۹۲ تلفن گویا:
خیابان انقلاب- روبروی دبیرخانه دانشگاه تهران- بازارچه کتاب- طبقه زیرین	۶۶۴۹۶۲۹۹ (۱) ۶۶۴۱۵۳۱۰ کتابفروشی مرادیان (۱) ۶۶۹۷۸۸۴۶ کتابفروشی صفا (۱)

«به نام خدا»

کتاب حاضر دومین کتاب از مجموعه سه جلدی به نام «راهنمای تشریحی حل مسائل دیفرانسیل و انتگرال توماس» ویرایش دوازدهم است که با مشارکت تعدادی از دانشجویان ممتاز گروه ریاضی توسط انتشارات اشرافی به چاپ رسیده است.

در این سری کتاب‌ها حل کامل تمرینات کلیه بخش‌هایی که در سر فصل دروس ریاضی عمومی رشته‌های مختلف علوم، فنی مهندسی و علوم انسانی توسط ستاد انقلاب فرهنگی در نظر گرفته شده است ارائه گردیده و سعی شده که حتی المقدور از ارائه روش‌هایی که خارج از مطالب کتاب است اجتناب گردد.

«کتاب اول- قسمت اول» به حل تمرینات فصول ۱ تا ۵، «کتاب اول- قسمت دوم» به حل تمرینات فصول ۶ تا ۱۱ و «کتاب دوم» به حل تمرینات فصول ۱۲ تا ۱۶ اختصاص یافته است که مطابق مجموعه سه جلدی کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال توماس ویرایش دوازدهم است که قبلًاً توسط همین انتشارات به چاپ رسیده است.

در انتها لازم می‌دانیم از مدیریت محترم انتشارات اشرافی و همکاری صمیمانه خانم‌ها آزاده شیرافکن، نیلوفر ایلخانی و شیرین سردار نشکر و قدردانی نمائیم.

فرزین حاجی جمشیدی
مهرداد آزادی

حساب دیفرانسیل و انتگرال چیست؟

حساب دیفرانسیل و انتگرال ریاضیات حرکت و تغیر است. هر جا حرکت و رشدی هست، هر جا نیرویی در کار تولید شتاب است، حساب دیفرانسیل و انتگرال دقیقاً ریاضیاتی است که به کار می‌آید. این از ابتدای آفرینش این مبحث درست بوده و امروزه نیز چنین است.

حساب دیفرانسیل و انتگرال در ابتدا در جهت پاسخگویی به نیازهای دانشمندان قرون شانزده و هفده ایجاد شد، نیازهایی که عمدتاً طبیعتی مکانیکی داشتند. حساب دیفرانسیل با مسئله محاسبه آهنگ تغییر سر و کار داشت و بشر را قادر ساخت تا شب خم‌ها را تعریف کرده، سرعت و شتاب اجسام در حال حرکت را محاسبه نموده، زاویه پرتاب گلوله‌های توپ را برای حصول بیشترین برد بدست آورده و زمان‌هایی را که سیاره‌ها در نزدیکی‌های دیگر را می‌گیرند پیش‌بینی کند. حساب انتگرال با مسئله تعیین تابع از روی اطلاعات مربوط به آهنگ تغییر آن سر و کار داشت و بتوان را قادر ساخت مکان آئی یک جسم را از روی موقعیت کنونی آن و اطلاعاتی در مورد نیروهای عمل کننده بر آن را محاسبه کرده، ساخت نواحی پیچیده را در صفحه بدست آورده، طول خم‌ها را اندازه‌گیری کرده و حجم و جرم اجسام را تعیین کند.

امروزه، حساب دیفرانسیل و انتگرال و گسترش آن در آنالیز ریاضی قلمرو واقعاً وسیعی را دربر گرفته، و فیزیک دانان، ریاضی دانان و ستاره‌شناسانی که در ابتدای این مبحث را آفریده‌اند، مطمئناً وقتی بیینند چه مسائل پیچیده و هم‌توانی توسعه آن حل شده و در چه میدان وسیعی از مدل‌های ریاضی که به تشریح عالم و جهان اطراف ما می‌پردازند کاربرد دارد، شکفت‌زده و شادمان خواهد شد، همان‌طور که امیدواریم شما نیز در این شادمانی سهیم گردید. هدف این کتاب ارائه دیدگاهی مدرن و امروزی از حساب دیفرانسیل و انتگرال و کاربردهای آن در تکنولوژی است.

یادگیری حساب دیفرانسیل و انتگرال مانند یادگیری حساب، جبر، و هندسه نیست. در این دروس، شما به صورت مقدماتی می‌آموزید که چگونه اعداد را محاسبه کرده، عبارات جبری را ساده کرده و متغیرها را محاسبه کنید و یا چگونه در مورد نقاط، خطوط و شکل‌ها در صفحه استدلال کنید. حساب دیفرانسیل و انتگرال نیز شامل آن تکنیک‌ها و مهارت‌ها است، اما با دقتی بیشتر و در سطحی عمیق‌تر به بسط مفاهیم دیگری نیز می‌پردازد. این حساب به معرفی بسیاری مفاهیم و عملگرهای محاسباتی جدید می‌پردازد، در حقیقت، شما دیگر قادر نخواهید بود همه مطالب مورد نیاز خود را در کلاس فراگیرید. می‌باشد مقدار متنابهی از آنها را با مطالعه افزایی یا کار با سایر دانشجویان بدست آورید.

چگونه باید حساب دیفرانسیل و انتگرال را آموخت؟

۱. کتاب را بخوانید. شما قادر نخواهید بود تمام معانی و ارتباط‌های مورد نیاز خود را فقط با تلاش برای حل تمرین‌های بدست آورید. شما باید مبحث مربوطه را در کتاب مطالعه کرده و مثالها را قدم به قدم بررسی کنید. در اینجا سریع خواندن بی‌فایده است. باید به روشنی منطقی گام به گام مباحث را خوانده و بررسی کرد. این روش خواندن، که برای درک هر مطلب فنی و عمیقی لازم است، توجه، صبر و ممارست شما را طلب می‌کند.
۲. تکالیف را انجام داده و اصول زیر را به ذهن بسپارید.
 - الف) نمودارها را در حد امکان رسم کنید.
 - ب) جواب خود را به روشنی منطقی و گام به گام بنویسید؛ مانند این که دارید برای شخص دیگری توضیح می‌دهید.
 - پ) از خود سوال کنید که علت وجود این تمرین در اینجا چیست؟ چرا طرح شده است؟ ارتباط آن با سایر تمرین‌های طرح شده کدام است؟
۳. از ماشین حساب و کامپیوتر خود تا حد امکان استفاده کنید. تا می‌توانید هر تمرین را با استفاده از رسام CAS (سیستم کامپیوتی جبری) کامل کنید. حتی اگر تمرین برای این مورد طرح نشده باشد. نمودارها اطلاعات و جانشین‌های هندسی برای مفاهیم و روابط مهم تولید می‌کنند. اعداد می‌توانند طرح‌های مهمی را روش سازند. یک CAS، آزادی لازم برای کاوش در مسائل و مثال‌های واقعی که محاسبات آنها بسیار پیچیده بوده و یا انجام آن توسط دست طولانی است، برای شما فراموش می‌کند.
۴. هرگاه یک بخش از کتاب را کامل کردید، سعی کنید خودتان نکات کلیدی بخش را به صورت کوتاه تشریح کنید. اگر موفق شدید، احتمالاً مطلب را درک کرده‌اید. در غیر این صورت، بررسی کنید که اشکال کار در کجاست. بخاطر بسپارید که یادگیری حساب دیفرانسیل و انتگرال یک فرآیند طولانی است، و به سرعت بدست نمی‌آید. صبور باشید، پشتکار داشته باشید، سوال کنید، در مورد ایده‌ها و درس با همکلاسی‌های خود بحث کنید، و هرگاه لازم شد فوراً کمک بگیرید. پاداش یادگیری حساب دیفرانسیل و انتگرال، کامیابی تحصیلی و موفقیت شغلی است.

فهرست مطالب

مقدمه

خطاب به دانشجویان

۳
۴

کاربردهای انتگرال‌های معین

۶

۱۰	تمرین‌های ۶-۱
۱۴	تمرین‌های ۶-۲
۱۸	تمرین‌های ۶-۳
۲۱	تمرین‌های ۶-۴
۲۷	تمرین‌های ۶-۵
۳۳	تمرین‌های ۶-۶
۳۷	تمرین‌های ۶-۷
۴۰	تمرین‌های عملی

تابع متعالی

۷

۴۸	تمرین‌های ۷-۱
۵۶	تمرین‌های ۷-۲
۶۲	تمرین‌های ۷-۳
۶۹	تمرین‌های ۷-۴
۷۵	تمرین‌های ۷-۵
۷۹	تمرین‌های ۷-۶
۸۵	تمرین‌های ۷-۷
۹۸	تمرین‌های ۷-۸
۱۰۵	تمرین‌های عملی
۱۱۴	تمرین‌های اضافی و پیشرفته

روش‌های انتگرال‌گیری

۸

۱۲۲	تمرین‌های ۸-۱
۱۲۹	تمرین‌های ۸-۲
۱۳۲	تمرین‌های ۸-۳
۱۳۹	تمرین‌های ۸-۴
۱۴۴	تمرین‌های ۸-۵
۱۴۹	تمرین‌های ۸-۶
۱۵۷	تمرین‌های ۸-۷
۱۶۹	تمرین‌های ۸-۸
۱۷۰	تمرین‌های عملی
۱۹۱	تمرین‌های اضافی و پیشرفته

کاربردهای بیشتری از انگرال

۱۹۸	تمرین‌های ۹-۱
۱۹۹	تمرین‌های ۹-۲
۲۰۰	تمرین‌های ۹-۳
۲۰۶	تمرین‌های ۹-۵
۲۰۷	تمرین‌های عملی

مقاطع مخروطی و مختصات قطبی

۲۱۲	تمرین‌های ۱۰-۱
۲۲۱	تمرین‌های ۱۰-۲
۲۲۷	تمرین‌های ۱۰-۳
۲۳۱	تمرین‌های ۱۰-۴
۲۳۳	تمرین‌های ۱۰-۵
۲۳۸	تمرین‌های ۱۰-۶
۲۴۸	تمرین‌های ۱۰-۷
۲۵۶	تمرین‌های ۱۰-۸
۲۶۳	تمرین‌های عملی
۲۷۳	تمرین‌های اضافی و پیشرفت

دنباله‌های نامتناهی و سری‌ها

۲۸۰	تمرین‌های ۱۱-۱
۲۸۵	تمرین‌های ۱۱-۲
۲۹۱	تمرین‌های ۱۱-۳
۲۹۵	تمرین‌های ۱۱-۴
۲۹۸	تمرین‌های ۱۱-۵
۳۰۱	تمرین‌های ۱۱-۶
۳۰۶	تمرین‌های ۱۱-۷
۳۱۲	تمرین‌های ۱۱-۸
۳۱۷	تمرین‌های ۱۱-۹
۳۲۱	تمرین‌های ۱۱-۱۰
۳۲۲	تمرین‌های ۱۱-۱۱
۳۳۳	تمرین‌های عملی
۳۵۰	تمرین‌های اضافی و پیشرفت