

ویرایش دوم

برنامه ریزی خطی

مختار اس. بازارا

جان جی. جارویس

حنیف دی. شِراالی

ترجمه دکتر اسماعیل خرم



نشر کتاب دانشگاهی

www.ketab.ir

Bazaraa, Mokhtar

بازارا، مختار

برنامه‌ریزی خطی / مختار اس. بازارا، جان جی. جارویس، حنیف دی. شرالی؛ ترجمه اسماعیل خرم؛ ویراستار انسیه مستغنی یزدی - تهران: نشر کتاب دانشگاهی؛ ۱۳۷۸. ۳۲۸ ص. مصور، جدول، نمودار.

ISBN 964-6904-11-4

فهرست‌نویسی بر اساس اطلاعات فیبا.

این کتاب ترجمه بخش Linear programming از کتاب Linear programming and network flows 2nd/ed است.

واژه‌نامه.

۱. برنامه‌نویسی خطی. الف. جارویس، جان جف، ۱۹۴۱. John Jeff Jarvis، ب. شرالی، حنیف، ۱۹۵۲. Sherali, Hanif D.، ج. خرم، اسماعیل، ۱۳۳۱. مترجم. د. عنوان.

۳۸ ب ۲ / ۷۴ / ۷۲ T ۵۱۹ / ۷۲

۱۲۳۸۳ - ۷۸ م

کتابخانه ملی ایران



نشر کتاب دانشگاهی

مختار اس. بازارا • جان جی. جارویس • حنیف دی. شرالی

برنامه‌ریزی خطی

اسماعیل خرم

ویراستار	انسیه مستغنی یزدی
چاپ هجدهم	۱۳۹۰
لیتوگرافی	مهران نگار
چاپ	روناس
صحافی	مینو
تعداد صفحات	۳۲۸، وزیری

۱۱۰۰ نسخه

۷۵۰۰ تومان

شابک ۹۶۴-۶۹۰۴-۱۱-۴ ISBN 964-6904-11-4



مرکز پخش: شماره ۸۷ خیابان بزرگمهر، بین وصال و قدس، تلفکس ۶۶۴۶۷۲۲۶

فروشگاه روز نو: شماره ۱۲۰۲ خیابان انقلاب، بین فخرآزی و دانشگاه، تلفکس ۶۶۹۵۰۵۲۰

Website: www.ketabedanehshahi.com E-mail: info@ketabedanehshahi.com

حقوق چاپ و نشر دائم این اثر محفوظ و مخصوص نشر کتاب دانشگاهی است.

پیش‌گفتار مؤلفان

برنامه‌ریزی خطی یا مسأله می‌نیم‌سازی یا ماکزیم‌سازی یک تابع خطی با محدودیت‌های خطی در شکل مساوی و/یا نامساوی سروکار دارد. از زمان معرفی روش سیمپلکس توسط جورج بی. دانتزیک در سال ۱۹۴۷ تاکنون برنامه‌ریزی خطی به‌طور وسیعی در ارتش، صنعت، حکومت، شهرسازی و سایر حوزه‌ها به‌کار گرفته شده است. ویژگی برنامه‌ریزی خطی از عوامل متعددی، از جمله توانمندی مدل‌سازی مسائل بزرگ و پیچیده، و نیز به‌کارگیری کامپیوترهای نسل جدید در حل مسائل بزرگ با استفاده از الگوریتم‌های کارا ناشی شده است.

در اثنای جنگ جهانی دوم و پس از آن معلوم شد که طرح‌ریزی و هم‌آهنگی پروژه‌های مختلف و استفاده مؤثر از منابع کمیاب یک ضرورت است. تیم SCOOP (محاسبات علمی برنامه‌های بهینه) نیروی هوایی ایالات متحده کار جدی خود را در ژوئن ۱۹۴۷ شروع کرد. ماحصل آن، ابداع روش سیمپلکس توسط جورج بی. دانتزیک در پایان تابستان ۱۹۴۷ بود. برنامه‌ریزی خطی به‌سرعت مورد توجه اقتصاددانان، ریاضی‌دانان، آماردانان و مؤسسات دولتی قرار گرفت. در تابستان ۱۹۴۹ کنفرانسی در برنامه‌ریزی با مسئولیت کمیته Cowles برای تحقیق در اقتصاد برگزار شد. مقالات ارائه شده در این کنفرانس اندکی بعد در سال ۱۹۵۱ به همت T.C. Koopmans در کتابی تحت عنوان تحلیل فعالیت تولید و تخصیص جمع‌آوری شد.

از زمان ابداع روش سیمپلکس تاکنون افراد زیادی در پیشرفت برنامه‌ریزی خطی، در قالب تئوری ریاضی آن، معرفی روش‌ها و کدهای محاسباتی کارا، کشف الگوریتم‌های نوین و کاربردهای جدید، و کاربرد برنامه‌ریزی خطی به‌عنوان ابزاری برای حل مسائل پیچیده، مثلاً برنامه‌های گسسته، برنامه‌های غیرخطی، مسائل ترکیبیاتی، مسائل برنامه‌ریزی احتمالی و مسائل کنترل بهینه، مشارکت داشته‌اند.

این کتاب مباحث برنامه‌ریزی خطی و جریان‌های شبکه را مورد بحث قرار می‌دهد. تئوری عمومی و مشخصات این نوع مسائل، بهینه‌سازی و نیز الگوریتم مؤثر حل آن‌ها را ارائه می‌دهد. الگوریتم سیمپلکس دید عمیقی از تئوری برنامه‌ریزی خطی فراهم می‌آورد و در عمل الگوریتم کارایی را به‌دست می‌دهد. از این‌رو، در کتاب حاضر این روش را به تفصیل مطالعه می‌کنیم. در صورت نیاز از الگوریتم سیمپلکس در به‌کارگیری ساختار مسأله، نظیر مسائل جریان شبکه استفاده می‌شود. همچنین الگوریتم خاشیان و الگوریتم چندجمله‌ای-زمانی کارماکار برای مسائل خطی را ارائه می‌دهیم. الگوریتم اخیر یا روش سیمپلکس، به‌ویژه در مسائل با مقیاس بزرگ به خوبی مقایسه می‌شود، و بنابراین به تفصیل بحث می‌شود. به‌طور کلی ابتدا مفاهیم یا فنون را ارائه می‌دهیم، این‌ها را با مثال‌های عددی شرح می‌دهیم، و سپس دیدگاه عمیق‌تری همراه با تحلیل ریاضی و دلایل آنها ارائه می‌دهیم. اثبات‌های مستدل نتایج بدون قالب قضیه‌انبات می‌آوریم. با وجود آن که این روش ممکن است

بعضی از خوانندگان را دچار زحمت کند ولی معتقدیم که شکل و سطح ریاضی به‌کار رفته در این کتاب هم برای کسانی که می‌خواهند فنون را بیاموزند و طریقه استفاده از آن‌ها را بدانند و هم برای کسانی که می‌خواهند تئوری و الگوریتم‌ها را در سطح عمیق‌تری مطالعه کنند بسیار روان و مناسب است.

این کتاب را می‌توان هم به‌عنوان کتاب مرجع و هم به‌عنوان کتاب درسی برای دانشجویان دوره پیشرفته کارشناسی و دانشجویان سال اول کارشناسی ارشد رشته‌های مهندسی صنایع، مدیریت، تحقیق در عملیات، علوم کامپیوتر، ریاضی و سایر رشته‌هایی که با مباحث برنامه‌ریزی خطی و جریان‌های شبکه سروکار دارند، مورد استفاده قرار داد. با وجودی که مطالب کتاب با ریاضی پیشرفته سروکار دارد، تنها پیش‌نیاز آن جبرخطی و ریاضی عمومی است. برای راحتی خواننده، نتایج موردنیاز جبرخطی و آنالیز محدب در فصل ۲ خلاصه شده است.

این کتاب را می‌توان به چند روش مورد استفاده قرار داد. آن را می‌توان در دو درس متوالی برنامه‌ریزی خطی و جریان‌های شبکه به‌کار برد، که در این صورت تمام مطالب باید به‌سادگی پوشش داده شود. می‌توان آن را در یک ترم برای درس برنامه‌ریزی خطی و جریان‌های شبکه نیز به‌کار برد. در این صورت استاد درس بعضی از مطالب را به صلاح دید خود می‌تواند حذف کند. این کتاب را همچنین می‌توان به‌عنوان یک متن درسی در برنامه‌ریزی خطی یا در جریان‌های شبکه به‌کار برد.

به‌دنبال مطالب مقدماتی فصل اول، در فصل دوم نتایج اساسی جبر خطی و آنالیز محدب با نگرشی عمیق، بحث سبب هندسی ساختار مجموعه‌های چندوجهی ارائه می‌شود. بعد از آن کتاب به دو بخش تقسیم می‌شود: برنامه‌ریزی خطی و جریان‌های شبکه. بخش برنامه‌ریزی خطی شامل فصل‌های ۳ تا ۸ است. در فصل ۳ روش سیمپلکس به تفصیل مورد بحث قرار می‌گیرد، و در فصل ۴ راه‌اندازی روش سیمپلکس با استفاده از متغیرهای مصنوعی و مسأله تهاذگی بحث می‌شود. فصل ۵ بعضی از ویژگی‌های روش سیمپلکس و توسعه معیار بهینگی در برنامه‌ریزی خطی را مطالعه می‌کند. در فصل ۶، مسأله دوگان را بررسی می‌کنیم، چندین رهیافت محاسباتی بر اساس دوگان را بسط می‌دهیم و درباره آنالیز حساسیت (از جمله رهیافت تحمل‌پذیری) و آنالیز پارامتری بحث می‌کنیم. فصل ۷ اصل تجزیه و برنامه‌ریزی با مقیاس بزرگ را به خواننده معرفی می‌کند. برابری و تعادل چند فن تجزیه در مسائل برنامه‌ریزی خطی در این فصل به بحث گذاشته می‌شود. فصل ۸ درباره برخی از موضوع‌های پیچیده محاسباتی اصلی بحث می‌کند، بدترین حالت رفتار سنایی الگوریتم سیمپلکس را نمایش می‌دهد، و الگوریتم چندجمله‌ای زمانی-کارماکار را ارائه می‌دهد. الگوریتم بیضوی چندجمله‌ای خاشیان و شکل مقیاس آفینی و الگوریتم کارماکار در تمرین‌ها ارائه می‌شود.

بخش جریان‌های شبکه شامل فصل‌های ۹ تا ۱۲ است. در فصل ۹ مشخصه‌های اصولی ساختار شبکه مسائل برنامه‌ریزی خطی را مطالعه می‌کنیم و درباره شکل ویژه الگوریتمی برای حل این مسائل بحث می‌کنیم. بحث مفصل ساختارهای فهرستی، که از نظر اصطلاحی و اجرایی مفید است نیز ارائه می‌شود. فصل ۱۰ با مسائل معروف حمل و نقل و جریان شبکه تخصصی سروکار دارد. با وجودی که اعتبار الگوریتم‌ها و بعضی از فنون خاص بر مطالب فصل ۹ استوار است، اما در صورتی که کسی، واقعاً علاقه‌مند به خواص اساسی و الگوریتم‌های حمل و نقل و مسائل تخصصی است فصل ۱۰ را می‌تواند به‌طور جداگانه مطالعه کند. فصل ۱۱ الگوریتم خارج از ترتیب همراه با بعضی از مواد اساسی انواع الگوریتم‌های اولیوم-دوگان مربوط به مسائل جریان شبکه را ارائه می‌دهد. سرانجام، فصل ۱۲

مباحث خاص مسأله ماکزیم جریان، مسأله کوتاه‌ترین مسیر (از جمله الگوریتم چندجمله‌ای زمانی کارا برای حل این مسأله معروف)، جریان می‌نیم هزینه چندمنظوره، و مسأله طراحی یا ترکیب شبکه را پوشش می‌دهد. ادامه این مباحث همچنین با فنون توسعه‌یافته در مسائل آنالیز، نمونه مسائلی که در بقیه کتاب مطالعه می‌شوند، کامل می‌شود. در ویرایش دوم، دو هدف اساسی را دنبال کردیم، اول ارائه مفاهیم پیش‌تر و عمیق‌تر تئوری برنامه‌ریزی خطی و فنون الگوریتمی بود. به این منظور، به تفصیل سبب‌های هندسی مطالبی که با ساختار مجموعه‌های چندوجهی، شرایط بهینگی، و با طبیعت الگوریتم‌های حل سروکار دارد، اضافه شد. همچنین مثال‌ها و نکاتی را در طول کتاب افزودیم که سبب فهم بیشتر و بهتر مطالب می‌شود و مباحث مورد بحث را به هم ربط می‌دهد. هدف دوم به روزآوری کتاب با فن‌آوری‌های جدید بود به طوری که وضوح مطالب و سادگی آن حفظ شود. به این منظور، مباحث جدیدی نظیر پدیدهٔ جوری، ایست و مانعت از آنها (شامل رهیافت‌های ویژهٔ مسائل جریان شبکه)، روش‌های اجرای پایدار عددی و مطالعات تجربی مربوط به الگوریتم سیپلکس، رهیافت تحمل‌پذیری آنالیز حساسیت، معادل بودن تجزیه دانتزیکس و لوف، روش افزاز بندرز و روش‌های تحفیف لاگرانژ در مسائل برنامه‌ریزی خطی، موضوع‌های پیچیدگی محاسباتی، بدترین رفتار روش سیپلکس، چندجمله‌ای‌های زمانی کارماکار و خاشیان در مسائل برنامه‌ریزی خطی، ساختار مهرست در کاربردهای سیپلکس شبکه، الگوریتم‌های کوتاه‌ترین مسیر متوالی در مسائل تخصیص خطی، الگوریتم کوتاه‌ترین مسیر چندجمله‌ای زمانی و مسائل طراحی و ترکیب در بین سایر مطالب را معرفی کردیم. سبک نوشتاری مطالب به گونه‌ای است که استاد درس قادر است بسیاری از این مباحث پیشرفته را در یک درس کارشناسی یا کارشناسی ارشد مقدماتی ارائه دهد بدون اینکه پیوستگی مطالب به هم بخورد. همچنین بیش‌تر تمرین‌های چاپ قبلی بازنگری شده و تمرین‌های جدید نیز به آن‌ها افزوده شده است. یادداشتهای و مراجع بخش‌ها و کتاب‌نامه تعمیم داده شده است.

مجدداً از دکتر Keff Kennington، دکتر Gene Ramsay، دکتر Ran Rardin، و دکتر Michael Todd به خاطر پیشنهادات ارزنده و متعددشان در طول آماده‌سازی و از دکتر Robert. N. Lehrer مدیر سابق مدرسهٔ مهندسی صنایع و سیستم‌های مؤسسه تکنولوژی جورجیا به خاطر حمایتش، از آقای Carl H. Wohlers برای تهیه کتابنامه، و از خانم‌ها Amelia Williams، Kaye Watkins، Carolyn Piersma، Alice Jarvis برای کمک به تایپ، مراتب تشکر و سپاسگزاری خود را اعلام می‌داریم. همچنین از دکتر Faiz Al-Khayyal، دکتر Dick Cottle، دکتر Joanna Leleno، دکتر Craig Tovey، و دکتر Hossam Zaki و بسیاری از کسان دیگر به خاطر توصیه‌های مفیدشان در آماده‌سازی این کتاب تشکر می‌کنیم. از دکتر Robert Dryden، رئیس بخش مهندسی صنایع و تحقیق در عملیات انستیتو پلی‌تکنیک، و دانشگاه ایالتی ویرجینیا به خاطر حمایتش در آماده‌سازی چاپ دوم، از خانم Seman Sherali برای کمک در تایپ بازنگری‌های این چاپ قدردانی می‌کنیم. به خصوص از دکتر Suleyman Tufekci، و دکتر Jounna Leleno و از دکتر Zhuangyi Lui برای تهیه و تنظیم جلد اول و دوم راهنمای تمرین تشکر می‌کنیم.

مختار اس. بازارا

جان جی. جارویس

حنیف دی. شرالی

پیش‌گفتار مترجم

اینک که به خواست خدا ترجمه شش فصل نخست کتاب برنامه‌ریزی خطی و جریان‌های شبکه منتشر می‌شود، لازم است نکاتی را با خوانندگان و دانشجویان عزیز در میان بگذارم. کتاب حاضر، یکی از مراجع اصلی و بنیادی تحقیق در عملیات و اساساً یک کتاب درسی است. دانشجویان کارشناسی و کارشناسی ارشد رشته‌های مهندسی صنایع، مدیریت، تحقیق در عملیات، علوم کامپیوتر و مهندسی کامپیوتر، ریاضی و سایر رشته‌ها می‌توانند از این اثر استفاده کنند.

فصل‌های ۱ تا ۴ و بخشی از فصل ۶ را می‌توان برای دوره کارشناسی تدریس کرد که در این باره، اثبات بعضی از قضایای مشکل را به صلاح دیدم استاد درسی می‌توان حذف نمود و عمدتاً بر تعبیر و تفسیر مطالب و الگوریتم‌ها و حل عددی آن‌ها تأکید کرد و به تبع آن مسائلی را که با مطالب کلاس تطبیق دارد به کمک دانشجویان حل و بحث نمود. تمامی مطالب شش فصل و حل مسائل آن را برای یک درس کارشناسی ارشد می‌توان به‌کار برد و بنا به رشته تحصیلی و نظر استاد درس کم و بیش بر مطالب آن تأکید کرد.

لازم می‌دانم که از خانم انسیه مستغنی‌یزدی برای ویراستاری کتاب، خانم لیلا قربانی برای تایپ و صفحه‌آرایی و از آقای مسعود پایدار مدیر نشر کتاب دانشگاهی برای همکاری بی‌دریغ‌شان در فراهم نمودن امکانات و راهنمایی‌های بالقوه، تشکر و قدردانی کنم. سرانجام لازم می‌دانم از زحمات بی‌دریغ همسرم در آماده‌سازی و بازخوانی نسخه دست‌نویس تشکر کنم.

در پایان از صاحب‌نظران و دانشجویان عزیز درخواست می‌کنم که با نظر و پیشنهادهای خود، خطاها و لغزش‌های احتمالی را یادآوری نمایند که در چاپ‌های بعدی مدنظر قرار گیرد.

دکتر اسماعیل خرم

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
دانشکده ریاضی

فهرست مطالب

۹	مقدمه	۱
۹	۱.۱ مسأله برنامه‌ریزی خطی	۱.۱
۱۴	۲.۱ مدل‌بندی و مثال‌های برنامه‌ریزی خطی	۲.۱
۲۲	۳.۱ حل هندسی	۳.۱
۲۶	۴.۱ فضای احتیاج	۴.۱
۳۰	۵.۱ نمادها	۵.۱
۳۱	تمرین‌ها	
۴۲	یادداشت‌ها و مراجع	
۴۳	۲. جبر خطی، آنالیز محدب و مجموعه‌های چندوجهی	۲
۴۳	۱.۲ بردارها	۱.۲
۴۸	۲.۲ ماتریس‌ها	۲.۲
۵۸	۳.۲ معادلات خطی هم‌زمان	۳.۲
۶۱	۴.۲ مجموعه‌های محدب و توابع محدب	۴.۲
۶۷	۵.۲ مجموعه‌های چندوجهی و مخروط‌های چندوجهی	۵.۲
۶۸	۶.۲ نقاط رأسی، وجوه، جهت‌ها، و جهت‌های رأسی مجموعه‌های چندوجهی: دیدگاه هندسی	۶.۲
۷۲	۷.۲ نمایش مجموعه‌های چندوجهی	۷.۲
۷۸	تمرین‌ها	
۸۵	یادداشت‌ها و مراجع	
۸۶	۳. روش سیمپلکس	۳
۸۶	۱.۳ نقاط رأسی و بهینگی	۱.۳
۸۹	۲.۳ جواب‌های شدنی پایه	۲.۳
۹۸	۳.۳ کلید روش سیمپلکس	۳.۳
۹۹	۴.۳ سبب هندسی روش سیمپلکس	۴.۳
۱۰۲	۵.۳ جبر روش سیمپلکس	۵.۳
۱۰۷	۶.۳ ختم: بهینگی و نامحدود بودن	۶.۳
۱۱۳	۷.۳ روش سیمپلکس	۷.۳
۱۱۸	۸.۳ روش سیمپلکس در جدول	۸.۳
۱۲۵	۹.۳ محورگیری چندگانه	۹.۳

۱۲۶	تمرین‌ها
۱۳۹	یادداشت‌ها و مراجع
۱۴۰	۴. شروع حل و هم‌گرایی
۱۴۰	۱.۴ جواب شدنی پایه آغازین
۱۴۳	۲.۴ روش دوفازی
۱۵۴	۳.۴ روش M -بزرگ
۱۶۲	۴.۴ مقایسه روش‌های دوفازی و M -بزرگ: M چه قدر باید بزرگ باشد؟
۱۶۳	۵.۴ روش تک‌متغیر مصنوعی
۱۶۵	۶.۴ تباہیگی، دوری، و ایست
۱۷۱	۷.۴ اعتبار دو قاعدهٔ ممانعت از دوری
۱۷۴	تمرین‌ها
۱۸۶	یادداشت‌ها و مراجع
۱۸۷	۵. عملکردهای ویژه سیمپلکس و شرایط بهینگی
۱۸۷	۱.۵ روش سیمپلکس اصلاح شده
۲۰۵	۲.۵ روش سیمپلکس متغیرهای کران‌دار
۲۱۸	۳.۵ لم فارکاس از طریق روش سیمپلکس
۲۱۹	۴.۵ شرایط بهینگی کُرُوش-کان-تاگر
۲۲۶	تمرین‌ها
۲۳۹	یادداشت‌ها و مراجع
۲۴۱	۶. دوگان و تحلیل حساسیت
۲۴۱	۱.۶ فرمول‌بندی مسألهٔ دوگان
۲۴۶	۲.۶ روابط اولیهٔ دوگان
۲۵۲	۳.۶ تعبیر اقتصادی دوگان
۲۵۸	۴.۶ روش سیمپلکس دوگان
۲۶۵	۵.۶ روش اولیهٔ دوگان
۲۷۳	۶.۶ یافتن جواب شدنی آغازین دوگان: روش محدودیت مصنوعی
۲۷۵	۷.۶ تحلیل حساسیت
۲۹۰	۸.۶ تحلیل پارامتری
۲۹۷	تمرین‌ها
۳۱۴	یادداشت‌ها و مراجع
۳۱۵	واژه‌نامه