



ریاضی مهندسی

آنالیز توابع مختلما
نظریه معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

تألیف:
فرزین حاجی جمشیدی

حاجی جمشیدی، فرزین، ۱۳۳۰ -
 ریاضی مهندسی: آنالیز توابع مختلط، نظریه معادلات دیفرانسیل با مشتقات
 جزئی / تألیف فرزین حاجی جمشیدی. -- [ویراست ۳]. -- تهران: صفار،
 اشراقی، ۱۳۸۴.
 ۴۲۴ ص: مصور، جدول، نمودار.
 ISBN 978-964-388-092-7
 چاپ هفتم - ۱۳۸۸
 فهرست‌نویسی براساس اطلاعات فیپا.
 کتابنامه: ص. ۴۲۱.
 ۱. ریاضیات مهندسی، ۲. ریاضیات مهندسی -- مسائل، تمرین‌ها و غیره
 (عالی)، ۳. آنالیز ترکیبی -- مسائل، تمرین‌ها و غیره، ۴. معادله‌های
 دیفرانسیل -- مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)، الف. عنوان، ب. عنوان: آنالیز
 توابع مختلط، نظریه معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی.
 ۶۲۰/۰۰۱۵ TA۳۲۰/ج۲د۹
 ۱۳۸۴
 کتابخانه ملی ایران
 ۸۴-۲۱۱۲۲ م

فهرست‌نویسی پیش از انتشار: انتشارات صفار



نام کتاب	: ریاضی مهندسی
تألیف	: فرزین حاجی جمشیدی
طرح جلد	: فرهاد کمالی
حروفچینی	: معرفت
لیتوگرافی	: صدف
چاپخانه	: گنج شایگان ① ۵۵۴۰۳۴۷۸
شمارگان	: ۲۲۰۰ نسخه
ویرایش	: سوم
نوبت چاپ	: هفتم - ۱۳۸۸
ناشر	: انتشارات صفار - اشراقی
قیمت	: ۸۵۰۰۰ ریال
مرکز پخش	: انتشارات اشراقی ① ۶۶۴۰۸۴۸۷
	: پخش کتاب بینش ① ۶۶۴۹۶۲۹۹

حق چاپ محفوظ است و مخصوص ناشر می‌باشد. تهران ۱۳۸۸

www.saffarpublishing.com

www.Eshraghi.ir

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۸-۰۹۲-۷

ISBN 978-964-388-092-7

به نام خدا

مقدمه

کتاب حاضر ویرایش سوم از کتاب ریاضی مهندسی است که با تغییراتی چند تقدیم دانش پژوهان عزیز می‌گردد.

در ویرایش جدید سعی شده با ارائه روشن‌تر درس، حل مثال‌های متنوع و الحاق پیوست‌های مورد نیاز، مباحث آنالیز توابع مختلط و نظریه معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی به صورتی جامع‌تر و عمیق‌تر بررسی گردد.

کتاب شامل بیش از ۲۵۰ مثال حل شده و بیش از ۷۵۰ مسئله به دقت دست چین شده است، و تمرینات به گونه‌ای سازمان یافته‌اند که به آسانی بتوان زیر مجموعه‌ای از مباحث دلخواه فصل را در آنها یافت. تمریناتی که نیاز به کار بیشتری دارند با علامت (*) مشخص شده‌اند. جواب کلیه تمرینات به انتهای کتاب افزوده شده است.

در ویرایش جدید با توجه به نیاز دانشجویان، بخصوص در مقاطع بالاتر تحصیلی، مباحث تبدیلات فوریه (مثنای و نامثنای) و تبدیل لاپلاس، به شکل جامع‌تری ارائه شده و مسائل کاربردی مهمی به روش تبدیلات بررسی و حل شده است. در ضمیمه (۳) کتاب می‌توانید جدول این تبدیلات را ملاحظه کنید.

پیوست (۱) که به مرور روش‌های تعیین جواب عمومی معادلات با مشتقات جزئی می‌پردازد، به نحوی تغییر یافته است که بتواند پاسخگوی داوطلبان آزمون‌های ورودی دوره‌های کارشناسی ارشد باشد. منتخبی از سؤالات این آزمون‌ها در رشته‌های برق، کامپیوتر، مکانیک، مواد، هسته‌ای و هوافضا و پاسخ‌های صحیح آنها را می‌توان در پیوست (۲) انتهای کتاب یافت. با امید به اینکه کتاب حاضر مورد توجه همکاران و دانشجویان عزیز واقع گردد، لازم می‌دانم از سرکار خانم عین الله پور برای ویراستاری مطلوب کتاب و خانم کریمی سرپرست انتشارات برای تایپ و آماده‌سازی کتاب تشکر و قدردانی نمایم.

فرزین حاجی جمشیدی

فهرست مطالب

مبحث اول: توابع مختلط

۱ اعداد مختلط

- ۱-۱ معرفی اعداد مختلط ۱۰
- ۲-۱ شکل قطبی اعداد مختلط ۱۲
- ۳-۱ اعمال روی اعداد مختلط ۱۴
- ۴-۱ مزدوج یک عدد مختلط ۱۸
- ۵-۱ شکل‌های هندسی در صفحه مختلط ۱۹
- ۶-۱ تریپل‌وزی صفحه مختلط ۲۱
- ۷-۱ صفحه توسعه یافته مختلط ۲۲
- تمرینات ۲۸

۲ توابع مختلط، حدود و پیوستگی، مشتق، توابع تحلیلی

- ۱-۲ توابع مختلط ۳۳
- ۲-۲ حدود و پیوستگی ۳۷
- ۳-۲ مشتق ۳۹
- ۴-۲ توابع تحلیلی و خواص آنها ۴۶
- تمرینات ۵۱

۳ آشنایی با توابع مختلط مقدماتی

- ۱-۳ تابع نمایی ۵۵
- ۲-۳ توابع مثلثاتی ۵۶
- ۳-۳ توابع هذلولی ۵۸
- ۴-۳ تابع لگاریتم ۶۰
- ۵-۳ تابع توانی ۶۱
- ۶-۳ تابع ریشه ۶۲
- ۷-۳ توابع معکوس مثلثاتی و هذلولی ۶۳

تمرینات ۶۹

۴ انتگرالهای مختلط

۱-۴ مروری بر انتگرالهای روی خم در صفحه ۷۲

۲-۴ تعریف انتگرالهای مختلط ۷۶

۳-۴ روش کلی محاسبه ۷۶

۴-۴ قضیه کوشی و نتایج آن ۷۷

۵-۴ قضیه انتگرال کوشی و نتایج آن ۸۲

۶-۴ کران یک انتگرال ۸۸

تمرینات ۹۰

۵ دنباله‌ها و سری‌های مختلط

۱-۵ دنباله‌های مختلط ۹۵

۲-۵ سری‌های عددی مختلط ۹۶

۳-۵ سری‌های توابع ۹۷

۴-۵ سری‌های توانی ۹۹

۵-۵ بسط تیلور توابع ۱۰۱

۶-۵ بسط لوران توابع ۱۰۴

۷-۵ محاسبه انتگرال با استفاده از بسط لوران ۱۰۹

تمرینات ۱۱۲

۶ نظریه حساب مانده‌ها

۱-۶ صفرهای توابع و مرتبه آنها ۱۱۶

۲-۶ نقاط منفرد توابع و انواع آنها ۱۱۸

۳-۶ قضیه حساب مانده‌ها ۱۲۰

۴-۶ کاربرد انتگرالهای مختلط در محاسبه انتگرالهای حقیقی ۱۲۵

تمرینات ۱۲۷

۷ نگاشت‌های مختلط

۱-۷ نگاشت $z \rightarrow z^2$ ۱۴۳

۱۴۶	۲-۷ نگاهت $\sin z$
۱۴۷	۳-۷ نگاهت خطی $w = az + b$
۱۴۹	۴-۷ نگاهت z^n
۱۵۲	۵-۷ نگاهت عکس، $w = \frac{1}{z}$
۱۵۵	۶-۷ نگاهت دو خطی یا موبیوس
۱۶۰	۷-۷ نگاهت شواتز کریستوفل
۱۶۲	۸-۷ نگاهت جاکوفسکی
۱۶۳	۹-۷ نگاهت های ترکیبی
۱۷۰	تمرینات

مبحث دوم: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

۱ کلیات

۱۷۷	۱-۱ تعاریف اولیه - جواب عمومی
۱۸۰	۲-۱ نتیجه گیری مسائل مقدار مرزی
۱۸۱	۱- معادله انتقال گرما
۱۸۳	۲- معادله موج
۱۸۵	جواب دالامبر موج
۱۸۷	۳- معادله پتانسیل
۱۸۸	۴- معادله پواسن
۱۸۸	۳-۱ معرفی روش جداسازی متغیرها
۱۹۴	تمرینات

۲ مسائل اشترم لیوویل - سری ها و انتگرال های فوریه

۱۹۶	۱-۲ توابع متعامد
۲۰۰	۲-۲ مسئله اشترم لیوویل
۲۰۴	۳-۲ سری های فوریه سینوسی و کسینوسی
۲۱۰	۴-۲ مسئله اشترم لیوویل غیر عادی با شرایط تناوبی - سری های فوریه
۲۱۹	۵-۲ مسئله اشترم لیوویل منفرد - انتگرال های فوریه

۲۲۵	۶-۲ سایر مسائل اشترم لیوویل - سری های فوریه بسل و فوریه لژاندر
۲۳۲	جدول مسائل اشترم لیوویل
۲۳۳	تمرینات

۳ معادله گرما و موج یک بعدی - پتانسیل دو بعدی

۲۴۴	۱-۳ مسئله انتقال گرما در طول یک میله نازک
۲۵۱	۲-۳ مسئله انتشار موج در طول یک نخ کشسان
۲۵۵	۳-۳ مسئله پتانسیل
۲۶۹	تمرینات

۴ مسائل گرما، موج و پتانسیل ناهمگن

۲۷۵	۱-۴ ناهمگنی مستقل از زمان
۲۷۸	۲-۴ ناهمگنی وابسته به زمان
۲۸۳	۳-۴ مسئله پواسن
۲۸۶	تمرینات

۵ تبدیلات در حل معادلات با مشتقات جزئی

۲۹۱	۱-۵ تبدیلات فوریه
۳۰۳	۲-۵ تبدیل لاپلاس
۳۱۵	تمرینات

۶ معادلات گرما، موج و پتانسیل در ابعاد بالاتر

۳۲۰	۱-۶ معادلات گرما و موج داخل مستطیل
۳۲۷	۲-۶ معادلات گرما و موج داخل دایره
۳۲۹	۳-۶ معادله پتانسیل داخل مکعب مستطیل
۳۳۰	۴-۶ معادله پتانسیل داخل استوانه
۳۳۳	۵-۶ معادله پتانسیل داخل کره
۳۳۵	۶-۶ معادلات گرما و موج سه بعدی
۳۳۹	تمرینات

پیوست (۱) تعیین جواب عمومی معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

۱- تعاریف اولیه	۳۴۳
۲- تشکیل معادلات با مشتقات جزئی	۳۴۵
۳- معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی مرتبه اول	۳۴۷
۴- معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی مرتبه دوم	۳۵۲
تمرینات	۳۵۸

پیوست (۲) منتخبی از سؤالات آزمونهای ورودی کارشناسی ارشد

توابع مختلط	۳۶۰
معادلات با مشتقات جزئی	۳۷۳
پاسخ سؤالات آزمونهای کارشناسی ارشد	۳۸۵

پیوست (۳)

جداول تبدیلات فوریه و لاپلاس	۳۸۸
جواب تمرینات	۳۹۲
فهرست منابع	۴۲۱