

۲۴۶

انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان

مبانی مدل سازی فازی

جلد اول: جبر فازی

تألیف

حمید رضا خاتمی، محمد رنجبر

۸۷,۹,۱۴

سرشناسه: خانمی، محمدرضا، ۱۳۵۹ -
عنوان و نام پدیدآور: مبانی مدل‌سازی فازی / تألیف حمیدرضا خاتمی، محمد رنجبر.
مشخصات نشر: کرمان: دانشگاه شهید باهنر (کرمان)، ۱۳۸۷.
مشخصات ظاهری: ج. ۱: مصور.
فروست: انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان؛ ۲۴۶.
شابک: ج. ۱: 978-964-2500-33-8 دوره: 0-42-2500-964-978
وضعیت فهرست‌نویسی: فیا
یادداشت: وازنامه.
یادداشت: کتابنامه.
مندرجات: ج. ۱. جبر فازی.
موضوع: مجموعه‌های فازی.
موضوع: ریاضیات فازی.
موضوع: اعداد فازی.
شناسه افزوده: دانشگاه شهید باهنر (کرمان).
رده‌بندی کنگره: ۱۳۸۷ م ۲ خ / QA ۲۴۸.
رده‌بندی دیویی: ۵۱۱/۳۲۲
شماره کتابشناسی ملی: ۱۳۳۵۰۳۹

مبانی مدل‌سازی فازی

مؤلف: حمیدرضا خاتمی، دکتر محمد رنجبر

ناشر: انتشارات دانشگاه شهید باهنر کرمان

نوبت چاپ: اول، ۱۳۸۷

تیراژ: ۱۰۰۰ نسخه

لیتوگرافی و چاپ: چاپخانه فرشیوه

قیمت: ۱۸۰۰۰ ریال

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۲۵۰۰-۳۳-۸

ISBN: 978-964-2500-33-8

کلیه حقوق برای دانشگاه شهید باهنر کرمان محفوظ است.

پیشگفتار

با توجه به گسترش روز افزون افق‌های کاربرد نظریه مجموعه‌های فازی و به ویژه جبر فازی در علوم و مهندسی، بر آن شدیم تا این ابزار قوی و کارآمد را برای حل مسایل مهندسی و مدل‌سازی فرآیندهای صنعتی در چارچوب کتاب پیش رو معرفی نماییم. اگر چه کاربرد جبر فازی به دلیل پیچیدگی و زمان‌بر بودن محاسبات با آن مشکل می‌نماید، اما بزرگ‌ترین حسن آن شبیه‌سازی عدم قطعیت‌های موجود در متغیرهای نادقیق به صورت اعداد فازی، پردازش آن‌ها در فرآیند محاسبه و در پایان به دست دادن پاسخ‌هایی واقعی‌تر و قابل اعتمادتر از نتایج حاصل از محاسبات معمولی می‌باشد. در این جا، پس از معرفی مفاهیم فازی در فصل اول، اعداد فازی و توابع عضویت آن‌ها در فصل دوم بیان می‌شوند. در فصل سوم به شیوه تعمیم عملیات جبری و توابع معمولی برای اعداد فازی پرداخته می‌شود. انواع روش‌های غیرفازی‌سازی برای استفاده از پاسخ‌های فازی در فصل چهارم معرفی می‌شوند. در فصل پایانی نیز مثال‌هایی از کاربرد جبر فازی در مهندسی نفت، معدن و شیمی ارائه می‌گردد. در نگارش این کتاب، تکیه بر جنبه‌های کاربردی جبر فازی بدون مغشوش نمودن ذهن با تعاریف صرف ریاضی بوده است. لذا ممکن است برای خواننده‌ای که به جنبه‌های تنویری علاقه‌مند است، ناکافی باشد. در هر حال، راهنمایی و پیشنهاد‌های استادان و دانش‌پژوهان محترم در راستای رفع اشکالات احتمالی این کتاب راهگشا خواهد بود.

فهرست مطالب

۱۱	۱- مقدمه
۱۳	۱-۱- فازی بودن: عدم قطعیت از نوعی دیگر
۱۵	۲- مجموعه‌ها و اعداد فازی
۱۵	۱-۲- مجموعه‌های فازی
۱۶	۲-۲- تعیین تابع عضویت
۱۸	۳-۲- تکیه گاه و ارتفاع
۱۹	۴-۲- α - برش
۲۰	۵-۲- تحدب
۲۲	۶-۲- عدد فازی
۲۴	۷-۲- انواع اعداد فازی
۲۵	۱-۷-۲- عدد فازی مثلثی
۲۶	۲-۷-۲- عدد فازی گوسی
۲۶	۳-۷-۲- عدد فازی گوسی نوع دو
۲۷	۴-۷-۲- عدد فازی زنگوله‌ای
۲۸	۸-۲- بازه های فازی
۲۸	۱-۸-۲- توابع عضویت ذوزنقه‌ای
۲۹	۲-۸-۲- توابع عضویت زنگوله‌ای تعمیم یافته
۳۰	۹-۲- اعداد فازی LR
۳۳	۳- جبر فازی
۳۳	۱-۳- ریاضیات فازی
۳۴	۲-۳- اصل گسترش
۳۷	۳-۳- منفک نمودن اعداد فازی
۴۳	۴-۳- جبر بازه‌ها
۴۳	۱-۴-۳- بازه اطمینان
۴۳	۱-۴-۳- جمع
۴۴	۲-۴-۳- تفریق
۴۴	۳-۴-۳- قرینه و عدد قطعی
۴۵	۴-۴-۳- ضرب

- ۴۶..... تقسیم ۵-۱-۴-۳
- ۴۷..... جبر بازه‌های ابزاری جایگزین برای اصل گسترش ۲-۴-۳
- ۴۹..... جبر اعداد فازی مثلثی ۳-۴-۳
- ۵۴..... ضرب اعداد مثلثی در حالت کلی ۱-۳-۴-۳
- ۵۵..... تقریب استاندارد ۲-۳-۴-۳
- ۵۶..... معکوس عدد فازی مثلثی ۳-۳-۴-۳
- ۵۹..... لگاریتم یک عدد مثلثی ۴-۳-۴-۳
- ۶۱..... عملیات توانی برای اعداد مثلثی ۵-۳-۴-۳
- ۶۱..... توان n - ام عدد فازی مثلثی ۶-۳-۴-۳
- ۶۲..... جبر اعداد گوسی ۴-۴-۳
- ۶۵..... جبر اعداد فازی LR ۵-۴-۳
- ۶۸..... جبر بازه‌های فازی ۵-۳
- ۷۰..... سینوس، کسینوس و تانژانت فازی ۶-۳
- ۷۳..... اعداد مختلط فازی ۷-۳
- ۷۵..... غیر فازی سازی ۴
- ۷۵..... مرکز ثقل ۱-۴
- ۷۶..... روش مرکز ارتفاع سطح ۲-۴
- ۷۷..... میانگین وزنی ۳-۴
- ۷۷..... میانگین سطح ۴-۴
- ۷۸..... روش ماکزیمم ۵-۴
- ۷۸..... روش اولین ماکزیمم ۶-۴
- ۷۸..... میانگین ماکزیمم ۷-۴
- ۸۱..... کاربردهای مهندسی ۵
- ۸۱..... محاسبه مقدار نمک رسوب کننده ۱-۵
- ۸۷..... تخمین ذخیره ۲-۵
- ۸۸..... معادله دیفرانسیل جزئی لاپلاس ۳-۵
- ۸۹..... مثال ۱-۳-۵
- ۹۵..... منابع
- ۹۷..... واژه‌نامه انگلیسی - فارسی

این حقیقت که ریاضیات به عنوان یک علم خالص، کاملاً مترادف با «دقت» در نظر گرفته می‌شود، باعث شده است که بسیاری از محققان و فلاسفه، نگران عدم کارایی مناسب آن برای حل مسائل جهان واقعی باشند. این نگرانی از آن جا سرچشمه می‌گیرد که در منطق و نیز در علم، همواره شکافی بین تئوری و تفسیر نتایج به دست آمده از جهان نادقیق واقعی وجود دارد. دلیل این امر که وجود آن در شاخه‌های مختلف مهندسی به روشنی دیده می‌شود، ابهام و نقص اطلاعات قلمداد می‌گردد. از زمان ارائه نظریه مجموعه‌های فازی^۱ [۱] گامی مؤثر در جهت رفع این مشکل برداشته شده است. نظریه مجموعه‌های فازی، ابزار ریاضی لازم را برای شبیه‌سازی مفاهیم گنگ، نامشخص و مبهم فراهم می‌آورد. این نظریه می‌تواند دانش بشر را که از تجربه یا داده‌های آزمایشگاهی به دست می‌آیند، مدل‌سازی نماید.

اساس نظریه بر این استوار است که بسیاری از مفاهیم جهان چه در فلسفه، علم و یا مهندسی، مطلقاً بد یا خوب، سیاه یا سفید، صفر یا یک نیستند، بلکه مفاهیمی خاکستری هستند و بسته به نظر هر شخص می‌توانند تعابیر گوناگونی داشته باشند. از جمله این موارد می‌توان به واژگانی مانند زیاد، کم، گرم، بلند، زیبا، جوان و غیره اشاره نمود؛ این‌ها عباراتی هستند که انسان هرروزه در زندگی عادی برای توصیف پدیده‌ها و مفاهیم مشاهده شده به کار می‌برد و البته بسته به دیدگاه او معیار انتخاب یک برچسب برای آن متفاوت خواهد بود.

مثال ۱-۱- توصیف آب و هوای یک روز در زندگی روزمره با عبارتی مانند «گرم» انجام می‌شود. اگرچه این عبارت مقدار دقیق درجه حرارت روز را نشان نمی‌دهد، مبهم و نادقیق است، اما برای انسان کاملاً قابل درک و پذیرفتنی است. به عبارت دیگر، آن چه در این جا اهمیت دارد، زیاد بودن درجه حرارت است نه مقدار دقیق عددی آن.

^۱ Fuzzy sets

مثال ۱-۲- عبارت «اتومبیل هایی با سرعت زیاد» تمایز روشنی با عبارت «اتومبیل - هایی با سرعت کوچک تر یا مساوی ۸۰ کیلومتر بر ساعت» دارد. توصیف دوم را می توان به سادگی در قالب نظریه مجموعه های معمولی به صورت زیر بیان نمود:

$$U = [0, 200] \quad \text{مجموعه مرجع: کل مقادیر ممکن برای سرعت اتومبیل}$$

$$A = \{x \in U \mid x \leq 80\} \quad 9$$

از نظر ریاضی، عبارت «کوچک تر یا مساوی با ۸۰»، خوش تعریف است؛ یعنی می توان با قطعیت اعلام نمود که آیا یک مقدار عددی خاص مثلاً ۲۵، دارای ویژگی کوچک تر یا مساوی با ۸۰ بودن، هست یا نیست و در نتیجه به مجموعه تعلق دارد یا خیر. استفاده از تابع نشانگر نیز روش دیگری برای نمایش یک مجموعه است:

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \notin A \\ 1 & \text{if } x \in A \end{cases}$$

که در آن $\chi_A(x)$ مقدار عضویت عنصر x در مجموعه A می باشد. در مثال بالا خواهیم داشت:

$$\chi_A(25) = 1, \quad \chi_A(72) = 1, \quad \chi_A(90) = 0$$

همان گونه که مشاهده می شود، برد تابع نشانگر A ، مجموعه $\{0, 1\}$ است؛ یعنی:

$$\chi_A(x): U \rightarrow \{0, 1\}$$

اکنون با گسترش برد تابع نشانگر از مجموعه $\{0, 1\}$ به بازه $[0, 1]$ می توان به تعریف مجموعه های فازی برای مدل سازی مفاهیم گنگ و مبهم مانند «سرعت زیاد» رسید. در این حالت، معیار دقیقی برای تعیین تابع عضویت عنصر x در مجموعه A وجود ندارد. برای مثال، با قطعیت نمی توان گفت که اتومبیلی با سرعت ۹۰ کیلومتر بر ساعت در مجموعه اتومبیل هایی با سرعت زیاد، عضویت دارد. برای سرعت های ۱۰۰، ۱۲۰ و غیره نیز وضع به همین منوال است. در واقع، عناصر مجموعه مرجع تا درجه ای مشخص به مجموعه فازی A تعلق دارند. این درجه مشخص، مقدار عضویت عنصر x در مجموعه A خوانده می شود. مقدار عضویت به طور پیوسته از بازه $[0, 1]$ انتخاب و با نماد $\mu_A(x)$ نشان داده می شود. برای مثال، یک خبره معتقد است که سرعت ۹۰ کیلومتر بر ساعت به اندازه 0.8 و یا سرعت ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت به اندازه 0.9 می تواند زیاد باشد:

$$\mu_A(90) = 0.8, \quad \mu_A(100) = 0.9, \quad \mu_A(120) = 1$$

۱-۱- فازی بودن: عدم قطعیت از نوعی دیگر

انواع گوناگون از عدم قطعیت در سامانه‌های جهان واقعی وجود دارند و روش‌های متنوعی نیز برای مدل‌سازی آن‌ها گسترش یافته‌اند. این که در کجا تئوری مجموعه‌های فازی کاربرد مناسبی دارد، پرسشی است که در زیر بدان پرداخته خواهد شد:

• هنگامی که معیار یا مرز مشخص و روشنی برای تعریف یک مجموعه از عناصر و اشیا وجود نداشته باشد. عدم قطعیتی که در مفاهیم مانند «دمای بالا»، «فشار متوسط»، «سنگ سخت»، «مرد جوان» و غیره وجود دارد، در این دسته قرار می‌گیرد. عضویت در چنین مجموعه‌هایی فقط به «بودن» و «نبودن» خلاصه نمی‌شود، بلکه به صورت درجه‌تعلق به مجموعه مورد نظر بیان می‌شود و به صورت ریاضی می‌توان آن را با مجموعه‌های فازی مشخص نمود.

• در جایی که ابهام^۱ وجود دارد. برای مثال، هنگامی که تنها گستره و بازه مقادیر یک پارامتر مدل شناخته شده است ولی اطلاعی از مقدار دقیق آن در بازه مذکور در دست نیست، با ابهام روبرو هستیم؛ به عبارت دیگر، درباره انتخاب مقدار پارامتر از آن بازه، عدم قطعیت وجود دارد. این گونه از عدم قطعیت به خوبی با استفاده از تعریف اعداد فازی مدل‌سازی می‌شود.

عدم قطعیت‌های ذکر شده، تفاوت کاملاً مشخصی با عدم قطعیت ناشی از تصادفی بودن دارند. احتمال درجایی کاربرد پیدا می‌کند که رخدادهای مورد نظر یا درست‌اند یا نادرست، مهره‌ها یا قرمزاند یا آبی و انتخاب به تصادف از بین آن‌ها صورت می‌گیرد. اما هنگامی که اطلاعات مبهم و ناکافی درباره ذات رخدادها وجود دارد، فازی بودن مفاهیم، معنا پیدا می‌کند. برای مثال، با قطعیت نمی‌توان گفت که مهره‌ها آبی‌اند یا قرمز و یا از رنگ دیگر. تنها با تکیه بر اطلاعات و دانش می‌توان گفت که امکان آبی بودن مهره ۹۰٪ است یا میزان اطلاعات ما به اندازه ۹۰٪ بر آبی بودن مهره، منطبق است.

^۱ Ambiguity