

ریاضیات مهندسی پیشرفته

www.ketab.ir

تألیف : احمد فیض دیزجی



انتشارات دانشگاه تهران

شماره ۲۲۳۲

شماره مسلسل ۵۴۴۴

فیض دیزجی، احمد، ۱۳۴۶-
ریاضیات مهندسی پیشرفته/تألیف احمد فیض دیزجی. [ویراست ۲] - تهران: دانشگاه
تهران، مؤسسه انتشارات و چاپ، ۱۳۸۵.
IX، ۷۰۸ ص.: مصورس. (انتشارات دانشگاه تهران: شماره ۲۲۳۲).
ISBN 964-03-5444-9: ۵۴۰۰۰ ریال
فهرست نویسی براساس اطلاعات فیبا.
چاپ دوم.
ص.ع. به انگلیسی.
Ahmad Feyz Dizaji Advanced Engineering
Mathematics
۱. ریاضیات مهندسی. ۲. ریاضیات مهندسی - مسائل، تمرینها و غیره (عالی). ۳.
ریاضیات مهندسی - راهنمای آموزشی (عالی). دانشگاه تهران. مؤسسه انتشارات و چاپ.
۱۳۸۵ ۶۲۰/۰۰۱۵۱ TA ۳۳۰ / ف ۹ ر ۹
کتابخانه ملی ایران ۸۵-۳۷۱۷۹

شابک ۹۶۴-۰۳-۵۴۴۴-۹ ISBN 964-03-5444-9

عنوان: ریاضیات مهندسی پیشرفته

تألیف: دکتر احمد فیض دیزجی

ناشر: مؤسسه انتشارات و چاپ دانشگاه تهران

شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه

تاریخ انتشار: ۱۳۸۵ (چاپ دوم)، (چاپ اول ۱۳۷۳) (ویرایش دوم)

چاپ و صحافی: مؤسسه انتشارات و چاپ دانشگاه تهران

مسئولیت صحت مطالب کتاب با مؤلف است.

«کلیه حقوق برای دانشگاه تهران محفوظ است»

بها: ۵۴۰۰۰ ریال

پست الکترونیک: Press@ut.ac.ir - آدرس سایت: Press.ut.ac.ir

بسمه تعالی

پیشگفتار چاپ دوم

هدف از نوشتن این کتاب تهیه مطالب درسی ریاضیات مهندسی و فیزیکی است با دروس پیش نیاز نحت عنوان ریاضی عمومی ۲ و معادلات دیفرانسیل معمولی (مقدمانی)، که دانشجویان رشته‌های مهندسی و فیزیک به آنها نیاز دارند و کم و بیش باید بگذرانند. لذا مطالب دروس ریاضی پیش‌نیاز مذکور در این کتاب منظور نشده است.

سعی شده که مطالب این کتاب برنامه مصوب درس ریاضی مهندسی دوره کارشناسی را دربرداشته باشد، ولی در ضمن کوشش شده که به صورت مدون ارائه شود. در عین حال اگر احساس شود که برخی بخش‌ها یا فصل‌های این کتاب در رشته یا گرایش خاص مورد نیاز نباشد، استاد محترم درس می‌تواند از تدریس آنها چشم‌پوشی نماید. مثلاً برخی از مدرسین محترم ممکن است بخش‌هایی از فصل‌های اول، دوم یا سوم و ... را حذف نمایند. ممکن است برخی فصل‌ها را برای تدریس در ریاضی عالی مهندسی کارشناسی ارشد نیز انتخاب نمود.

مطالب کتاب پس از چندین سال تدریس این درس توسط مؤلف، گردآوری و تنظیم شده‌اند. اثبات برخی قضایا که تکنیک‌های ریاضی در آنها بکار گرفته می‌شود یا طولانی است، حذف گردیده‌اند. تلاش شده که مطالب برای دانشجویان علاقمند رشته‌های مهندسی و فیزیک تهیه شود ولی در عین حال از قربانی شدن دقت ریاضی مطالب نیز تا حدودی اجتناب به عمل آمده است.

بعد از پایان چاپ اول و نایاب شدن آن، چون قصد بازنگری و ویرایش آن در میان بود، لذا چند سالی طول کشید تا فرصت پیش آمد. بخش‌هایی از فصل‌های اول و دوم به عنوان ضمیمه‌ها به آخر کتاب انتقال داده شد و فصل سوم تکمیل و بخشی از مطالب تکمیلی (مباحث اشتورم - لیوویل) نیز به عنوان ضمیمه به آخر کتاب برده شد. مثال‌های حل شده زیادی به فصل‌ها اضافه گردید. ضمیمه‌ای برای تکمیل فصل ۱۴ توابع خاص در آخر کتاب ایجاد گردید که از آن در حل مسائل فصل جدید ۱۵ استفاده به عمل آمده است. فصل جدید ۱۵ برای طرح و حل مسائل مقدار

اولیه و مرزی معادلات با مشتقات جزئی با بیش از دو متغیر مستقل نوشته شده و می‌توان آن را فصل کاربرد توابع خاص فصل ۱۴ نیز به حساب آورد. ده ضمیمه در آخر کتاب ایجاد شده که برای استفاده دانشجویان علاقمند رشته‌های مهندسی و فیزیک پیش‌بینی شده‌اند. ضمناً مطالبی از فصل‌های ۳ و ۵ چاپ اول با هم جابجا شده‌اند تا انسجام بهتری در فصل‌ها داشته باشیم.

به‌طور کلی در مقایسه با چاپ اول، کلیات چهارده فصل اول تغییر نکرده در چاپ دوم آورده شده. فصل ۱۵ در چاپ دوم جدید است و فصل ۱۵ چاپ اول در چاپ دوم به عنوان فصل ۱۶ آورده شده است.

این کتاب برای تدریس در رشته‌های مهندسی (به عنوان ریاضی مهندسی) و فیزیک (به عنوان ریاضی فیزیک) مناسب و مفید است و می‌توان آن را به عنوان کتاب درسی (در دوره‌های کارشناسی یا کارشناسی ارشد) انتخاب نمود.

در خاتمه از مؤسسه چاپ و انتشارات دانشگاه تهران در موافقت با تجدید چاپ همراه با ویرایش و اصلاحات این کتاب سپاسگزاری می‌شود.

همچنین لازم است از زحمات بی‌دریغ جناب آقای مهندس اسدالله اسدشیر و سرکار خانم شهناز صادقی بخاطر تایپ دقیق متن و فرمول‌ها، ترسیم اشکال، صفحه‌آرایی و اعمال اصلاحات نهایی، تشکر و قدردانی شود.

مؤلف

فهرست مطالب

فصل ۱- کلیات معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

- بخش ۱. تعاریف اولیه ----- ۱
- بخش ۲. معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی مرتبه اول ----- ۲
- بخش ۳. طبقه‌بندی معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی مرتبه دوم نیمه خطی ----- ۴
- تمرینات ----- ۱۰

فصل ۲- معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی مرتبه دوم خطی

هذلولیگون

- بخش ۴. معادله دیفرانسیل موج یک بعدی ----- ۱۱
- تمرینات ----- ۲۶
- بخش ۵*. بحث درباره جواب: مشخصه‌ها (سرشت نماها) ----- ۲۸
- بخش ۶*. انعکاس و مسأله کرانه آزاد ----- ۳۳
- تمرینات ----- ۳۷
- بخش ۷*. معادله موج ناهمگن ----- ۳۸
- تمرینات ----- ۴۲
- بخش ۸. خطی بودن و جمع آثار ----- ۴۲
- تمرینات ----- ۴۸

فصل ۳- جداسازی متغیرها و سری فوریه

- بخش ۹. روش جداسازی متغیرها ----- ۵۱

۵۶	تمرینات
۵۷	بخش ۱۰. مسئله مقدار ویژه اشتورم - لیوویل، قضیه اشتورم - لیوویل
۶۷	تمرینات
۶۸	بخش ۱۱. تقریب تابع در یک پایه متعامد
۷۷	تمرینات
۷۷	بخش ۱۲. نامساوی بسل، کامل بودن، و تساوی پارسوال
۸۵	تمرینات
۸۶	بخش ۱۳. همگرایی سری فوریه مثلثاتی
۹۳	تمرینات
۹۴	بخش ۱۴*. همگرایی یکنواخت، نامساوی شوارز، کامل بودن
۱۰۳	تمرینات
۱۰۵	بخش ۱۵. صورت مختلط سری فوریه
۱۱۰	بخش ۱۶. سری‌های نیم دامنه کسینوسی و سینوسی
۱۱۴	تمرینات
۱۱۵	بخش ۱۷. معادله موج ناهمگن
۱۱۹	تمرینات
۱۲۰	بخش ۱۸. مسائل بدون شرایط اولیه

فصل ۴- انتگرال فوریه - تبدیل فوریه

۱۲۷	بخش ۱۹. بدست آوردن دستور انتگرال فوریه بطور صوری
۱۳۵	تمرینات
۱۳۶	بخش ۲۰. تبدیل فوریه
۱۴۴	بخش ۲۱. خواص تبدیل فوریه
۱۴۷	تمرینات

فصل ۵- کاربردهای سری فوریه و تبدیل فوریه

۱۴۹	بخش ۲۲. حالت‌های پایدار مسائل موج و حرارت چند بعدی
-----	--

فهرست ----- III

بخش ۲۳. معادله دیفرانسیل لاپلاس (در مختصات دکارتی صفحه)	۱۵۰
تمرینات	۱۵۹
بخش ۲۴. معادله دیفرانسیل پواسون (در مختصات دکارتی صفحه)	۱۶۰
تمرینات	۱۶۶
بخش ۲۵. مسائل مقدار مرزی معادله لاپلاس در مختصات قطبی	۱۶۶
تمرینات	۱۷۳
بخش ۲۶. نوشتن دستور (فرمول بندی) صورت مسائل معادله حرارت یک بعدی، اصل ماکزیمم	۱۷۴
بخش ۲۷. انتقال حرارت در یک میله به طول متناهی - حل معادله دما - تابع گرین	۱۷۷
بخش ۲۸. معادله انتقال حرارت یک بعدی ناهمگن - تابع گرین	۱۸۴
تمرینات	۱۸۸
بخش ۲۹. انتقال حرارت در یک میله به صورت خط راست - تابع گرین	۱۸۹
بخش ۳۰. مسائل مقدار کرانه‌ای برای یک میله به صورت نیم خط	۱۹۶
بخش ۳۱. روش قیاس (مشابهت) در نظریه انتقال حرارت	۲۰۵
بخش ۳۲. مسأله انجماد	۲۰۸
بخش ۳۳. مسائل بدون شرایط اولیه	۲۱۴
بخش ۳۴. دستگاه‌های متعامد در ابعاد بالاتر از یک	۲۱۸
تمرینات	۲۱۹
بخش ۳۵. کاربرد دستگاه‌های متعامد در ابعاد بالاتر از یک	۲۱۹
تمرینات	۲۲۴

فصل ۶- متغیرهای مختلط

بخش ۳۶. تعاریف مقدماتی در صفحه مختلط	۲۲۵
بخش ۳۷. تابع نگاشت	۲۲۷
بخش ۳۸. حدود و پیوستگی	۲۲۹
بخش ۳۹. مشتق	۲۳۳
بخش ۴۰. روابط کشی - ریمان	۲۳۵
تمرینات	۲۴۱

بخش ۴۱. توابع تحلیلی ----- ۲۴۳

تمرینات ----- ۲۴۶

فصل ۷- انتگرال توابع مختلط

بخش ۴۲. انتگرال معین تابع مختلط از متغیر حقیقی ----- ۲۴۷

بخش ۴۳. مرز، انتگرال تابع مختلط از متغیر مختلط بر روی مرز ----- ۲۴۹

بخش ۴۴. قضیه کشی - گورسا، انتگرال نامعین ----- ۲۵۶

بخش ۴۵. فرمول انتگرال کشی - نمایش انتگرالی مشتق توابع تحلیلی ----- ۲۶۱

تمرینات ----- ۲۶۶

بخش ۴۶. تابع همساز، مزدوج همساز ----- ۲۶۷

تمرینات ----- ۲۷۲

بخش ۴۷. ماکزیمم مقدار مطلق توابع ----- ۲۷۳

تمرینات ----- ۲۷۶

فصل ۸- توابع مقدماتی

بخش ۴۸. تابع نمایی، تابع لگاریتمی ----- ۲۷۹

تمرینات ----- ۲۸۴

بخش ۴۹. توابع مثلثاتی ----- ۲۸۷

تمرینات ----- ۲۹۱

بخش ۵۰. توابع هذلولیگون ----- ۲۹۳

تمرینات ----- ۲۹۵

بخش ۵۱. تابع z^n ، تابع $z^{\frac{1}{n}}$ ----- ۲۹۶

تمرینات ----- ۳۰۰

بخش ۵۲. تبدیل خطی کسری، حالات خاص ----- ۳۰۱

تمرینات ----- ۳۰۵

بخش ۵۳. تبدیل خطی کسری ----- ۳۰۵

تمرینات ----- ۳۱۰

فصل ۹- نگاشت همدیس و برخی کاربردهای آن

بخش ۵۴. خواص اساسی نگاشت همدیس	۳۱۳
تمرینات	۳۱۸
بخش ۵۵. تبدیلات همساز، تبدیل شرایط کرانه‌ای	۳۱۸
تمرینات	۳۲۲
بخش ۵۶. کاربردهای نگاشت همدیس در مسائل دمای مانا (یا نفوذ مانا)	۳۲۳
تمرینات	۳۳۱
بخش ۵۷. کاربرد نگاشت همدیس در مسائل پتانسیل الکترواستاتیک	۳۳۴
تمرینات	۳۳۷
بخش ۵۸. جریان سیال دو بعدی، کاربرد دیگری از نگاشت همدیس	۳۴۲
تمرینات	۳۴۹

فصل ۱۰- سری‌ها

بخش ۵۹. سری تیلور	۳۵۵
تمرینات	۳۶۱
بخش ۶۰. سری لوران	۳۶۲
تمرینات	۳۶۵
بخش ۶۱. همگرایی سری توانی و پیوستگی آن	۳۶۶
بخش ۶۲. انتگرال پذیری و مشتق پذیری سری توانی	۳۷۱
تمرینات	۳۷۴
بخش ۶۳. یکتایی نمایش سری توابع	۳۷۴
تمرینات	۳۷۹
بخش ۶۴. صفرهای توابع تحلیلی، ادامه تحلیلی	۳۸۰
تمرینات	۳۸۵

فصل ۱۱- مانده‌ها و قطب‌ها

بخش ۶۵. مانده‌ها	۳۸۷
------------------	-----

بخش ۶۶. رده‌بندی نقاط تکین تنها، قطب‌ها، و محاسبات مانده در آنها	۳۹۱
تمرینات	۳۹۷
بخش ۶۷. کاربردی از سری لوران	۴۰۰
تمرینات	۴۰۴
بخش ۶۸. کاربرد قضیه مانده در انتگرال‌های معین توابع	۴۰۵
تمرینات	۴۱۵
بخش ۶۹. کاربرد مانده‌ها در انتگرال معین توابع چند مقداری	۴۱۹
تمرینات	۴۲۵
بخش ۷۰. کاربرد مانده‌ها برای تبدیل عکس فوریه	۴۲۷
تمرینات	۴۳۳
بخش ۷۱. تبدیل لاپلاس به عنوان یک تابع تحلیلی	۴۳۳
تمرینات	۴۳۷

فصل ۱۲- تبدیل شوارز - کریستوفل

بخش ۷۲. نگاشت محور حقیقی بروی یک چند ضلعی	۴۳۹
بخش ۷۳. تبدیل شوارز - کریستوفل	۴۴۱
بخش ۷۴. مثلث و مستطیل	۴۴۴
بخش ۷۵. چند ضلعی‌های تبهگن	۴۴۸
تمرینات	۴۵۰
بخش ۷۶. جریان سیال از شکافی به درون یک کانال	۴۵۵
بخش ۷۷. جریان در کانالی با یک زانو	۴۵۷
بخش ۷۸. پتانسیل الکترواستاتیک حول لبه‌ای از یک ورقه هادی	۴۶۰
تمرینات	۴۶۳

فصل ۱۳- دستوره‌های حل از نوع انتگرال پواسن برای مسائل

مقدار کرانه‌ای

بخش ۷۹. فرمول‌های انتگرال پواسن	۴۶۷
---------------------------------	-----

VII ----- فهرست

بخش ۸۰. مسأله دیریشله برای قرص دایره	۴۷۰
تمرینات	۴۷۴
بخش ۸۱. فرمول‌های انتگرال برای نیم صفحه و مسئله دیریشله	۴۷۷
بخش ۸۲. مسأله نویمن	۴۸۰
تمرینات	۴۸۳

فصل ۱۴- توابع خاص

بخش ۸۳. تابع گاما، تعاریف، ویژگی‌های ساده	۴۸۷
تمرینات	۴۹۵
بخش ۸۴. توابع بسل نوع اول	۴۹۷
تمرینات	۵۰۴
بخش ۸۵. توابع نویمن، توابع بسل از نوع دوم	۵۰۹
تمرینات	۵۱۳
بخش ۸۶. صفرهای توابع بسل و تعامد این توابع	۵۱۴
تمرینات	۵۲۳
بخش ۸۷. توابع هانکل	۵۲۶
تمرینات	۵۲۹
بخش ۸۸. توابع بسل تغییر شکل یافته (اصلاح شده) K_ν, I_ν	۵۳۲
تمرینات	۵۳۵
بخش ۸۹. بسط‌های مجانبی	۵۳۸
تمرینات	۵۴۱
بخش ۹۰. چند جمله‌ای‌های متعامد و برخی خواص آنها	۵۴۳
بخش ۹۱. چند جمله‌ای‌های لژاندر	۵۴۹
بخش ۹۲. مبنای فیزیکی تابع مولد چند جمله‌ای‌های لژاندر	۵۵۷
تمرینات	۵۶۳

فصل ۱۵- مسائل معادلات موج و حرارت و پتانسیل در ابعاد

بالا تر

بخش ۹۳. مسئله دیریشله در یک مکعب	۵۶۹
بخش ۹۴. مسائل مقدار مرزی معادلات لاپلاس و هلمهولتز در یک استوانه	۵۷۱
بخش ۹۵. مسأله دیریشله برای یک کره	۵۷۷
بخش ۹۶. معادلات موج و گرما در ابعاد بالاتر از یک	۵۸۱
بخش ۹۷. موج و گرما در سه بعد	۵۸۵
بخش ۹۸. اتم هیدروژن	۵۹۴
بخش ۹۹. ارتعاش واداشته یک پوسته	۵۹۷
بخش ۱۰۰. شرایط کرانه‌ای (مرزی) وابسته به زمان	۶۰۰
تمرینات	۶۰۳

فصل ۱۶- درون یابی و تقریب بوسیله چند جمله‌ای‌های جبری

و مثلثاتی

بخش ۱۰۱. درون‌یابی به وسیله چند جمله‌ای‌ها	۶۰۹
بخش ۱۰۲. درون‌یابی با استفاده از مشتقات و کاربرد آنها در تقریبات تکه‌ای چند جمله‌ای	۶۱۴
تمرینات	۶۱۸
بخش ۱۰۳. تقریبات با معیار کمترین مربعات - حالت گسسته	۶۱۹
تمرینات	۶۲۲
بخش ۱۰۴. روش فوریه برای درون‌یابی، دستورهای حقیقی تبدیل فوریه گسسته	۶۲۳
بخش ۱۰۵. روش فوریه برای درون‌یابی، دستورهای مختلط تبدیل فوریه گسسته	۶۲۷
بخش ۱۰۶. تبدیل فوریه سریع (F.F.T.)	۶۳۴
تمرینات	۶۴۳

ضمائم

- ضمیمه ۱. استخراج معادله دیفرانسیل موج یک بعدی در دو پدیده فیزیکی ----- ۶۴۵
- ضمیمه ۲. یکتایی جواب برای مسأله تار مرتعش با استفاده از فرمول انرژی ----- ۶۵۱
- ضمیمه ۳. اثبات برخی احکام قضیه مسائل مقدار ویژه اشتورم لیوویل منظم ----- ۶۵۵
- ضمیمه ۴. معادله پوسته مرتعش (معادله موج دو بعدی) ----- ۶۶۹
- ضمیمه ۵. معادلات ماکسول (معادله موج سه بعدی) ----- ۶۷۳
- ضمیمه ۶. چند فرآیند فیزیکی که معادلات نوع سهمیگون بر آنها حاکم است ----- ۶۷۷
- ضمیمه ۷. جریان گرما (انتقال حرارت) در ناحیه‌های رسانا در فضای سه بعدی ----- ۶۸۳
- ضمیمه ۸. اتحادهای گرین و استنتاج یکتایی جواب برخی مسائل مقدار مرزی معادله پواسن ----- ۶۸۷
- ضمیمه ۹. معادله دیفرانسیل و توابع مرتبط به (همراه) لژاندر ----- ۶۹۱
- ضمیمه ۱۰. جدول تبدیلات نواحی ----- ۶۹۹
- واژه‌نامه ----- ۷۰۹