

حساب دیفرانسیل و انتگرال

و

هندسهٔ تحلیلی

«جلد اول»

نوشته

جرج بی. توماس راس ال. فینی

ترجمه

علی اکبر عالمزاده داریوش بهمدی

موضوع	فرمول، جورج بریڈن، ۱۹۱۲ م
موضوع	Thomson, George Bridton
موضوع	حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه خطی، جورج بی. توماس، راس ال فینی، ترجمه علی اکبر
موضوع	حلیزادہ داریوش بهمردی
موضوع	نویسنده: ۱۳۷۲ - ۱۳۷۰
موضوع	۳ ج، مصور، جدول، نمودار
موضوع	۱۸۰۰ ریال (ج ۱) (ج ۱) 964-5624-08-8
موضوع	۲ تین کتاب در حسابی مختلف، نویسنده: جورجین مختلف ترجمه و برسیله نظریین مختلف چاپ قدہ
موضوع	۱ ج: ۱ (چاپ دوم) ۱۳۷۰
موضوع	۱ ج: ۱ (چاپ سوم) ۱۳۷۱ ۲۸۰۰ ریال
موضوع	۱ ج: ۱ (چاپ چهارم) ۱۳۷۱ ۵۷۰۰ ریال
موضوع	۱ ج: ۱ (چاپ پنجم) ۱۳۷۲ ۸۹۰۰ ریال
موضوع	۱ ج: ۱ (چاپ ششم) ۱۳۷۵ ۱۶۰۰۰ ریال
موضوع	۱ ج: ۱ (چاپ هفتم) ۱۳۷۶ ۱۶۰۰۰ ریال
موضوع	۱ ج: ۱ (چاپ هشتم) ۱۳۸۵
موضوع	۲ ج: ۲ (چاپ نهم) ۱۳۷۰ ۲۸۰۰ ریال (نظریه خطی، نمودار)
موضوع	۱ ج: ۲ (چاپ دهم) ۱۳۷۲ ۱۹۰۰ ریال (نظریه: نظریه)
موضوع	Calculus and analytic geometry
موضوع	ISBN 964-311-016-8
موضوع	حسابان
موضوع	هندسه خطی
موضوع	Flacey, Ross L. ریال، راس ال فینی
موضوع	حلیزادہ داریوش، ۱۳۷۲ - ۱۳۷۰
موضوع	بهمردی، داریوش، مترجم
موضوع	۱۳۷۰ ۱۳۷۲ ۵۸۰۰۰ ریال
موضوع	۵۱۵/۱۵
موضوع	۷۶۰۰۰ ریال

۷۶۱-۷۷۷ م



آدرس: تهران، خیابان انقلاب، مقابل دبیرخانه دانشگاه بازاریچه کتاب

تلفن: ۶۶۴۶۷۵۰۰ دورنگار: ۶۶۴۸۰۴۰۲

نام کتاب : حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی (جلد اول)

تألیف : جورج بی. توماس، راس ال فینی

ترجمه : علی اکبر عالمزاده، داریوش بهمردی

نویسنده چاپ : دوازدهم - ۱۳۸۵

تیراژ : ۲۲۰۰ جلد

چاپ : دیبا

قیمت : ۵۸۰۰۰ ریال

شابک: ۹۶۴-۵۶۲۴-۰۸-۸ ISBN: 964-5624-08-8

پیشگفتار مترجمان

کتاب حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی جرج توماس اثری ناشناخته نیست. شاید اولین کتاب جدی در این سطح باشد که به فارسی برگردانده و در دانشگاه‌های ما تدریس شده است. دوران رونقش را به یاد می‌آوریم که به‌طور یکه‌تاز میدان بود، همه جا حضور داشت، و پرتوش همه رشته‌ها را فرا گرفته بود. در آن زمان ما نیز کتبی در این باب ترجمه و به چاپ رسانیدیم، لیکن این فکر نکبت‌بار که این کتابها شایسته ایمان نمی‌آورد و فخری به ما نمی‌افزاید ما را از فعالیت جدی در این سطح بازداشت. ما که در ترجمه فاقدالگو بوده و جراحی پیش رو نداشتیم سالها برای کسب افتخار و افزونی شأن به کتب تخصصی پرداختیم. زمانی که واقعیت چشمان ما را گشود و اهمیت ترجمه در این سطح را بر ما معلوم ساخت، ترجمه کتاب فوق‌آه را از نهاد مان برآورد؛ گلی بود که در چمن همسایه رویده بود. به ناچار هر روز با چشم گریان آن را می‌بویدیم و حسرت می‌خوردیم. از آنجا که خداوند هیچ مشتاقی را بی نصیب و هیچ عاشقی را بی وصل نمی‌گذارد گوهر تراش یافته توسط توماس را با دستهای فینی جلائی تازه داد و آن را به ما بخشید؛ این است پاداش عاشقان و آرزومندان.

علی اکبر عالمزاده داریوش بهمردی

گروه آموزشی ریاضی

دانشگاه تربیت معلم دانشگاه الزهرا

پیشگفتار مؤلفان

حساب دیفرانسیل و انتگرال، که به زعم بسیاری بزرگترین کار در تمام ریاضیات است، برای رفع نیازهای ریاضی علوم قرن هفده ابداع شده است. در راس همه نیاز به ایجاد ارتباط بین شتاب، سرعت، و مسافت طی شده به وسیله اجسام متحرک، ارتباط شیب منحنیها به میزان تغییر، یافتن ماکزیمم و مینیمم یک تابع (مثلاً، بیشترین و کمترین فاصله یک سیاره تا خورشید)، و یافتن طول منحنیها، مساحت محدود به منحنیها، حجم محصور به سطوح، و مرکز ثقل اجسام جاذب بوده است. حساب دیفرانسیل و انتگرال هنوز مناسبترین ریاضیات برای حل مسائل از این نوع (و مسائل بسیار دیگر) است و اینک چنان گسترده به کار می‌رود که به سختی می‌توان مبحثی حرفه‌ای یافت که از آن به نوعی سود نجویید.

در تهیه چاپ ششم از چاپ پنجم کوشیده‌ایم حساب دیفرانسیل و انتگرال را برای فراگیرنده‌اش آسانتر سازیم. تعداد تمرینات تقریباً "دو برابر شده است. بسیاری از تمرینهای جدید سرشت محاسبه‌ای دارند و برای افزایش مهارتهای اساسی طرح شده‌اند. مثالهای بیشتر، سیصد شکل جدید (همه دارای عنوان)، خلاصه‌های فرمولی بسیار، و کاربردهای بیشتر (و کوتاه‌تر) برای افرادی که می‌خواهند وارد مهندسی یا علوم شوند گنجانده شده‌است. تقریبات خطی و درجه دو توابع، همراه با تخمینهای خطای متعارف، را سریعاً در کتاب مطرح کرده و در ادامه شان تمرینات با ماشین حساب دستی آورده‌ایم. در دسترس بودن میکرو کامپیوترها امکان آموختن حساب دیفرانسیل و انتگرال یا استفاده از آن برای رسم نمودار توابع در صفحه یا فضا، حل سریع بسیاری از معادلات، و استنتاج فرمولهای به دست آمده با حساب دیفرانسیل و انتگرال را به ما داده است. لذا،

در این چاپ و در آخر بعضی از مجموعه مسائل به یک سری از برنامه‌های بیست و هفتگانه میکرو کامپیوتر Apple II اشاره شده که برای شاگردان حساب دیفرانسیل و انتگرال و نیز دانشجویان مهندسی، فیزیک و افرادی که از حساب دیفرانسیل و انتگرال در کارهایشان استفاده می‌کنند مناسب است. برنامه‌ها و راهنمای همراه را می‌توان از

Addison-Wesley Pullishing Comyany

تحت عنوان Calculus Toolkit تهیه کرد. پس از این پیشگفتار اطلاعات بیشتری راجع به آنها داده شده است. ولی تاکید می‌کنیم که مطالب کتاب به این برنامه‌ها و یا هر برنامه کامپیوتری دیگر بستگی ندارند.

سطح این کتاب تقریباً "مثل چاپهای قبل است. مثلاً"، ثابت نمی‌کنیم که هر تابع پیوسته بر یک بازه بسته و کراندار بر این بازه ماکزیمم و مینیمم دارد، ولی این قضیه را بیان کرده و آن را در اثبات قضیه مقدار میانگین به کار می‌بریم.

فصل ۱، که راجع به میزان تغییر یک تابع است، بخشهای جدیدی در باب پیوستگی و بی‌نهایت به عنوان حد دارد.

فصل ۲، که راجع به مشتقات است، بخشهای جدیدی در باب تقریبات خطی (خط مماس) و راجع به توابع معکوس و روش پیکارد برای یافتن ریشه‌ها دارد.

فصل ۳، که راجع به کاربرد مشتقات است، با بخشهای جدیدی در رسم منحنی، تقعر، و مجانبها آغاز می‌شود. در اینجا ماکزیممها و مینیممها زودتر از میزانهای مرتبط آمده‌اند. این فصل شامل بخشی است که قضیه مقدار میانگین را وسعت داده و تخمینهای خطا برای تقریبات خطی و درجه دو متعارف توابع را شرح می‌دهد.

فصل ۴، که راجع به انتگرالهای معین و نامعین است، همچون گذشته با معادلات دیفرانسیل به شکل $y' = f(x)$ شروع شده و این معادلات با جداسازی متغیرها حل می‌شوند. لیکن، این فصل شامل دو قضیه اساسی حساب انتگرال به شکل جدید بوده، و در آن بخش مجزایی به روش انتگرالگیری به وسیله جانشانی (برای انتگرالهای معین و نامعین) اختصاص یافته است. در این بخش دیفرانسیلها برای اولین بار معرفی می‌شوند.

فصل ۵، که راجع به کاربردهای انتگرالهای معین است، شامل تمهیدات، مسائل و مثالهای حل شده، بیشتری از قبل بوده، و خلاصه‌های فرمولی بسیاری را در بردارد.

فصل ۶، که توابع لگاریتمی، نمایی، و مثلثاتی معکوس را معرفی می‌کند، میزانهای نسبی رشد توابع را نیز مطرح می‌سازد. این فصل با بخشی راجع به کاربرد توابع نمایی

و لگاریتمی در تیرید، رشد نمایی، تحلیل رادیواکتیو، و مدارهای الکتریکی، و نیز بخشی در سود مرکب و وصیت نامه، بنجامین فرانکلین پایان می‌گیرد.

در فصل ۷، که راجع به روشهای انتگرالگیری است، بخش انتگرالهای مجازی وسعت یافته و آزمونهای مقایسه برای همگرایی را شامل شده است. همچنین بخش جدیدی راجع به استفاده از جداول انتگرال وجود دارد، و انتگرالگیری جزء به جزء به ابتدای فصل منتقل شده است.

فصل ۸، (هندسه تحلیلی در صفحه) و فصل ۹ (توابع هذلولوی) به نوعی کوتاه شده و در آنها تمهیدات و مسائل اضافی آمده‌اند.

فصل ۱۰، که راجع به مختصات قطبی است، از قبل کوتاه‌تر بوده و شامل روش جدیدی برای رسم معادلات قطبی به شکل $r=f(\theta)$ می‌باشد.

دنباله‌ها و سریهای نامتناهی در کتاب جلوتر رفته و به دو فصل ۱۱ و ۱۲ تقسیم شده‌اند. فصل ۱۱ به دنباله‌ها و سریهای نامتناهی از ثابتها اختصاص یافته، و فصل ۱۲ به قضیه تیلور (به عنوان قضیه مقدار میانگین تعمیم یافته) و سریهای توانی می‌پردازد. سریهای اعداد مختلط به اختصار ذکر شده‌اند. (در ضمیمه ۸ با حساب اعداد مختلط و نمودارهای آرگان آشنا خواهید شد.)

فصل ۱۳، که راجع به بردارهاست، با حرکت در صفحه آغاز شده و سپس به جبر برداری و هندسه در فضا می‌پردازد.

فصل ۱۴، که راجع به توابع برداری و مشتقاتشان است، بحث جدیدی در باب بردارهای معاس، سرعت، و شتاب را شامل بوده، و با بخشی راجع به قوانین حرکت سیاره‌ای کپلر پایان می‌یابد.

فصل ۱۵، که راجع به مشتقات جزئی است، بحثهای جدیدی از حد توابع دو متغیره، پیوستگی، سطوح، مشتقات جزئی، قواعد زنجیره‌ای، مشتقات جهتی، تقریب خطی و تخمین نمو، ماکزیممها و مینیممها (مقید و آزاد)، ضرایب لاگرانژ، دیفرانسیلهای کامل، و کمترین مربعات مطرح می‌شوند. ترسیمات کامپیوتری امکان تجسم و بحث راجع به سطوحی را می‌دهد که در چاپهای قبلی کتاب ممکن نبود. این فصل به جوابهای چند معادله دیفرانسیل جزئی مهم از فیزیک (در رابطه با مشتقات مراتب بالا) نیز پرداخته و بخش کوتاهی در باب اعمال قواعد زنجیره‌ای وقتی متغیرهای تابع مستقل نیستند را شامل است.

فصل ۱۶، که راجع به انتگرالهای چند گانه است، شامل مقدمه، جدیدی از این مبحث همراه با مثالها و مسائل بیشتر و خلاصه‌های فرمولی بسیار می‌باشد. در این فصل مساحت سطح با مفهوم گرادیان معرفی می‌شود.

فصل ۱۷، که راجع به آنالیز برداری است، با میدانهای برداری، انتگرالهای سطح، انتگرالهای خط، و کار شروع شده و با قضیه گرین، قضیه دیورژانس، و قضیه استوکس تمام می‌شود. این فصل، علاوه بر مثالها و مسائل جدید، اثبات کوتاهی از معادله پیوستگی هیدرودینامیک را نیز شامل است.

در فصل ۱۸، که راجع به معادلات دیفرانسیل معمولی است، بحث معادلات مرتبه دوم خطی با ضرایب ثابت، علاوه بر روش تغییر پارامتر، به روش ضرایب نامعین کشیده می‌شود. این فصل با بخشهای کوتاهی راجع به جوابها به سری توانی، میدانهای هادی و قضیه پیکارد، و روشهای اویلر و رونگه - کوتا پایان می‌یابد.

ضمایم شامل بخشهای وسعت یافته‌ای در دترمینانها و قاعده کرامر و همچنین ماتریسها و معادلات خطی بوده و نیز بخشهای جدیدی در استقرای ریاضی و دستگاههای اعداد را در بر دارند.

اصل کتاب در یک جلد، که بسته به وضع می‌تواند در دو یا سه نیمسال تدریس شود، و نیز در دو قسمت چاپ شده است. در قسمت یک توابع یک متغیره، هندسه، تحلیلی در ابعاد دو، و سریهای نامتناهی مطرح شده است (فصلهای ۱ تا ۱۲). این قسمت ضمایم مربوط به دترمینانها، ماتریسها، و استقرای ریاضی را نیز شامل است. قسمت دو با فصل ۱۱ راجع به دنباله‌ها و سریها شروع شده و شامل بقیه فصول همراه با ضمایم می‌باشد. هر دو قسمت جواب مسائل با شماره‌های فرد را در بر دارند.

بالاخص ما یلیم از جک ام. پولین^۱ و فرانک آر. گیور دانو^۲ در گروه ریاضی آکادمی نظامی آمریکا در وست پوینت که سخاوتمندانه فایل‌های امتحانی و مسائل را که بدقت نگهداری می‌شوند در اختیار ما قرار دادند تشکر کنیم. بعضی از مسائل جالب این چاپ از وست پوینت اخذ شده‌اند. و نیز ما یلیم از کارول او. وایلد^۳ در گروه ریاضی مدرسه فوق لیسانس دریایی آمریکا که فایل‌های امتحانی جالب گروه را در اختیار ما گذارد و در طول آماده شدن

1. Jack M. Pollin

2. Frank R. Giordano

3. Carroll O. Wilde

این چاپ پیشنهادات و تذکرات بسیاری به ما داد سپاسگزار باشیم .
 همچنین مایلیم از کمکها و پیشنهادات بسیار همکارانمان در ام آی تی ، به ویژه
 آرتور ماتوک^۱ و فرانک مورگان^۲ ، و بسیاری از شاگردان این مؤسسه و جاهای دیگر که صرف
 وقت کرده و در ایده‌های ما سهیم شده‌اند سپاسگزاری نماییم .
 در چاپ ششم بسیاری از تذکرات و پیشنهادات از سوی افرادی بوده است که
 چاپ پنجم را مورد نقد قرار داده بودند :

Mark Bridger, Northeastern University

Jeff Davis, University of New Mexico

Mark Bridger, Northeastern University

Jeff Davis, University of New Mexico

simon Hellerstein, University of wisconsin, Madison

stanley Lukawecki, clemson University

Ronald Morash, University of Michigan, Dearborn

Harold Oxsen, Diallo Valley college

walter Read, california state University, Fresno

Michael shaughnessy, oregon state University

همچنین مایلیم از افراد زیر که در نشستهای طرح مقدماتی در پارک منلو کالیفرنیا
 و سین سیناتی اوهایو شرکت داشته‌اند سپاسگزاری نماییم .

Charles Austin , California state university , Long Beach

Douglas crawford, College of san mateo

Daniel S. Drucker, wayne state University

Bruce H. Edwards, University of Florida

Alice J. Kelly, University of santa clara

stanley Lukawecki, clemson University

Ronald Morash, University of Michigan, Dearborn

Michael shaughnessy, oregon state University

1. Arthur Mattuck

2. Frank Morgan

Ronald J. Stern, University of Utah

carroll O. Wilde, Naval Postgraduate school

افراد زیر که دستنویس چاپ ششم را در مراحل مختلف تهیه و نقد کرده‌اند سهم به سزایی در تدوین آن داشته‌اند:

Charles Austin , California state University, Long Beach

Mark Bridger , Northeastern University

stuart Goldenberg, California polytechnic
state University

Simon Hellerstein, University of wisconsin, Madison

Ronald Morash , University of Michigan, Dearborn

Hiram paley, University of Illinois at Urbana - Champaign

David F. Ullrich. North carolina state University

چارلز آستین^۱ و مارک بریدگر^۲ در فصلهای مربوط به مشتقات جزئی و انتگرالگیری چند گانه کمکهای دیگری نیز کرده‌اند.

افراد زیر از طریق مکاتبه و مناظره سهم ویژه‌ای در تدوین کتاب دارند:

Harold Diamond, University of Illinois at Urbana-Champaign

Frank D. Faulkner, Naval postgraduate school

Nathaniel Grossman, University of california, Los Angeles

Richard W. Hamming, Naval postgraduate school

John P. Hoyt, Franklin and Marshall college

Alice J. Kelley, University of santa clara

Ernest J. Manfred , U.S. Coast Guard Academy

Charles G. Moore, Northern Arizona University

Joseph J. Rotman, University of Illinois at

urbana-champaign

Arthur C. Segal. The University of Alabama in Birmingham

1. Charles Austin

2. Mark Bridger

G.Wayne Sullivan, Volunteer state community college

Joseph D.Zund, New Mexico state university

جواب مسائل با شماره‌های فرد در این چاپ به کوشش افراد زیر گسترش یافته است:

Kenneth R.Ballou, University of California, Berkeley

Lynda Jo carlson, California state University, Fullerton

J.Howard Jones, Lansing Community college

Chris J.Petti, Massachusetts Institute of technology

Richard J.palmaccio, pine crest school

Richard Semmler, Northern Virginia Community college

Charles swanson, University of Minnesota

هنرهای کامپیوتری که در فصلهای ۱۳، ۱۵، و ۱۸ دیده می‌شوند کار صبورانه و جالب جان اسپینال^۱ از مرکز آموزش پلاسما در ام آی تی است.

از همه افرادی که پیشنهادات، تذکرات، یا انتقاداتی داشته‌اند، چه ما نتوانسته یا نتوانسته باشیم آنها را در کتاب به کار گیریم، "تشکر فراوان داریم".

کمک‌شایان توجه کارکنان سازمان نشر ادیسون - ولسلی در تزیین، ویرایش، طراحی و حرفه‌چینی این کتاب را با طیب خاطر ارج می‌نهیم.

مسئولیت اشتباهات هر عهده ما مؤلفان است. تذکر آنها موجب سپاس خواهد بود.

اکتبر ۱۹۸۳

جرج بی. توماس پسر

راس، ال. فینی

1. John Aspinal

فهرست مطالب

۱	دیباچه حساب دیفرانسیل و انتگرال چیست؟
۶	فصل ۱ میزان تغییر یک تابع
۶	۱.۱ مختصات برای صفحه
۱۳	۲.۱ نمودار و فاصله
۲۰	۳.۱ شیب خط مستقیم
۳۱	۴.۱ معادلات خطوط مستقیم
۴۴	۵.۱ توابع و نمودارها
۸۱	۶.۱ شیب منحنیهای مربعی و مکعبی
۹۲	۷.۱ شیب منحنی $y=f(x)$. مشتقات
۱۰۵	۸.۱ سرعت و میزانهای تغییر دیگر
۱۱۸	۹.۱ خواص حدود
۱۴۳	۱۰.۱ بی نهایت به عنوان حد
۱۵۴	۱۱.۱ توابع پیوسته
۱۷۲	سوالات و تمرینات دوره‌ای
۱۷۶	مسائل گوناگون
۱۸۳	فصل ۲ مشتقها
۱۸۳	۱.۲ مشتگیری صوری

۱۸۴	۲۰۲	توابع چند جمله‌ای و مشتق آنها
۱۹۷	۳۰۲	حاصل ضربها، توانها، و خارج قسمتها
۲۱۴	۴۰۲	مشتقگیری ضمنی و توانهای کسری
۲۲۹	۵۰۲	تقریبات خط مماس
۲۴۴	۶۰۲	قاعده زنجیره‌ای و معادلات پارامتری
۲۵۸	۷۰۲	مروری کوتاه بر مثلثات، زوایای بین منحنیها
۲۸۰	۸۰۲	مشتقات توابع مثلثاتی
۲۹۲	۹۰۲	روش نیوتن برای تقریب جوابهای معادلات
۳۰۱	۱۰۰۲	توابع معکوس و روش پیکارد
۳۱۷	۱۱۰۲	خلاصه‌ای از فرمولهای مشتق
۳۱۸		سئوالات و تمرینات دوره‌ای
۳۲۱		مسائل گوناگون

۳۲۸		فصل ۳ کاربردهای مشتق
۳۲۸	۱۰۳	رسم منحنی، علامت مشتق اول
۳۳۹	۲۰۳	تقعر و نقاط عطف
۳۵۱	۳۰۳	مجاننها و تقارن
۳۶۴	۴۰۳	ماکزیمها و مینیمها: نظریه
۳۷۵	۵۰۳	ماکزیمها و مینیمها: مسائل
۳۹۶	۶۰۳	میزانهای مرتبط
۴۰۸	۷۰۳	قضیه رل
۴۱۲	۸۰۳	قضیه مقدار میانگین
۴۲۲	۹۰۳	صور مبهم و قاعده هوییتال
۴۳۲	۱۰۰۳	تعمیم قضیه مقدار میانگین به فرمول تیلور، تخمین خطاهای تقریب
۴۴۳		سئوالات و تمرینات دوره‌ای
۴۴۴		مسائل گوناگون

۴۵۶	۱۰۴	آشنایی
۴۵۶	۲۰۴	انتگرالهای نامعین
۴۶۶	۳۰۴	کاربردها، تعیین ثابتهای انتگرالگیری
۴۷۲	۴۰۴	انتگرال توابع مثلثاتی
۴۸۲	۵۰۴	انتگرالهای معین، مساحت زیر یک منحنی
۴۹۸	۶۰۴	محاسبه، مساحت به عنوان حدود
۵۰۷	۷۰۴	قضایای اساسی حساب انتگرال
۵۳۰	۸۰۴	انتگرالگیری به وسیله، جانشانی، دیفرانسیلها
۵۴۶	۹۰۴	قواعد تقریب انتگرالهای معین
۵۶۲		سئوالات و تمرینات دوره‌ای
۵۶۳		مسائل گوناگون

فصل ۵ کاربردهای انتگرالهای معین

۵۶۸	۱۰۵	آشنایی
۵۶۸	۲۰۵	مساحت بین دو منحنی
۵۷۶	۳۰۵	فاصله
۵۸۴	۴۰۵	محاسبه، احجام به وسیله، برش
۵۹۴	۵۰۵	حجم با مدل غشاء و واشر
۶۰۶	۶۰۵	طول یک منحنی مسطح
۶۱۸	۷۰۵	مساحت یک سطح دوار
۶۲۹	۸۰۵	مقدار متوسط یک تابع
۶۳۷	۹۰۵	گشتاورها و مرکز جرم
۶۵۱	۱۰۰۵	مرکز گون و مراکز ثقل
۶۵۶	۱۱۰۵	قضایای پاپوس
۶۶۱	۱۲۰۵	نیروی هیدرواستاتیک
۶۶۸	۱۳۰۵	کار
۶۷۸		سئوالات و تمرینات دوره‌ای
۶۷۹		مسائل گوناگون