

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تئوری و مسائلی از

ترکیبیات

مولف: پروفیسور بالاکریشن

مترجم: بهزاد صالحیان





تئوری و مسایلی از ترکیبیات

مولف: پروفیسور بالاکریشنن

مترجم: بهزاد صالحیان

طراحی جلد: احمد قلی زاده

نوبت چاپ دوم: ۱۴۰۳

شماره گان: ۱۰۰ جلد

میراث فرهنگی بهنام

چاپ: گلپان چاپخانه امیر

نشانی: خیابان انقلاب، خ فخر رازی، بن بست ۱۴، پلاک ۱۴ طبقه سوم

تلفن: ۶۴۱۰۰۳۶ - ۶۹۵۲۲۰۰ دورنگار: ۶۹۵۲۱۹۹

۹۷۸-۹۶۴-۵۹۴۳-۶۳-۷

Balakrishnan

پروفیسور بالاکریشنن

صالحیان متی کلایی، بهزاد، ۱۳۵۰ -

تئوری و مسایل ترکیبیات / بهزاد صالحیان متی کلایی. -- تهران: مهاجر،

۱۳۸۲. ۲۵۶ ص.

ISBN 964-5943-63-9

۹۷۸-۹۶۴-۵۹۴۳-۶۳-۷

فهرست نویسی بر اساس اطلاعات فیپا.

۱. آنالیز ترکیبی -- مسائل، تمرینها و غیره. ۲. ریاضیات ترکیبی. الف.

عنوان اصلی: Theory and problems of combinatorics

۵۱۱/۶

ت ۱۷ ص ۱۶۴ / ۵۸

۶۵۸۸ - ۸۲ م

کتابخانه ملی ایران

فهرست مطالب

۳	پیش‌گفتار
۷	فصل ۱. ابزارهای اصلی شمارش
۷	۱-۱ قاعده جمع و قاعده ضرب
۸	۲-۱ جایگشت‌ها و ترکیب‌ها
۱۰	۳-۱ اصل لانه کبوتری
۱۳	مسائل حل شده
۸۷	فصل ۲. دیگر ابزارهای شمارش
۸۷	۱-۲ جایگشت‌ها و ترکیب‌های معمولی
۹۰	۲-۲ دنباله‌ها و انتخاب‌ها
۹۰	۳-۲ اصل شمول و عدم شمول
۹۳	۴-۲ دستگاه نمایشهای متمایز (SDR)
۹۴	مسئله‌های حل شده
۱۸۷	فصل ۳. تابع‌های مولد و رابطه‌های بازگشتی
۱۸۷	۱-۳ تابع‌های مولد معمولی و نمایی
۱۸۹	۲-۳ افزایش عدد صحیح مثبت
۱۹۲	۳-۳ رابطه‌های بازگشتی
۱۹۳	۴-۳ راه حل جبری برای حل رابطه‌های بازگشتی خطی با ضرایب ثابت
۱۹۶	۵-۳ حل رابطه‌های بازگشتی با کمک توابع مولد
۱۹۸	مسئله‌های حل شده

پیش‌گفتار

در رشته‌های مختلف علوم، متخصصین مجبور به بررسی مسائلی شامل ترکیب‌های ساخته شده از حروف، اعداد و ارقام و سایر اشیاء هستند. مدیر یک کارخانه تولیدی باید هر محصولی را به یک ماشین یا ماشینهای مختلف اختصاص دهد، یک مهندس کشاورزی محصولات مختلفی را باید در کرتها و زمینهای متناسب کشت و برداشت کند.

مسؤل آموزش دانشکده باید درسهای متنوعی را در ساعتها و روزهای مختلف هفته قرار دهد، یک شیمی‌دان با بررسی اجسامی که از اتمها و مولکولهای مختلف به دست می‌آیند سر و کار دارد، یک زبان‌شناس زمانی که یک کتیبه از زبانهای ناشناخته قدیمی پیدا می‌کند با ترکیبهای مختلفی از حروف ناشناخته سر و کار دارد. و همچنین در سایر علوم و فنون با ترکیبهای مختلفی از اشیاء روبرو هستیم. شاخه‌ای از ریاضیات که تعداد ترکیبهای اشیاء مختلف را مطالعه و بررسی می‌کند ریاضیات ترکیبی و یا به زبان ساده‌تر، ترکیب نامیده می‌شود.

سرآغاز دقیق این علم بر کسی آشکار نیست، اما زمانی که به طور آگاهانه به این موضوع پرداخته و به طور جدی با آن سر و کار پیدا کرد، به قرن شانزدهم بر می‌گردد.

در این زمان شرط‌بندیها و بازی‌های شانسی بین اشراف اروپا، همانند امروز شایع بود و نقش اساسی و مهمی را در زندگی اشراف بازی می‌کرد. لذا طبیعی است که در این زمان توجه خیلی زیادی به این مساله معطوف شده باشد.

آنها روی تمامی اشیاء از طلا و نقره و سنگهای قیمتی گرفته تا اسب‌هایی از نژادهای اصیل و خانه و باغ و مزرعه و قلعه و ... شرط‌بندی می‌کردند. و در بازی‌های شانسی و قماربازی آنها را بر دو باخت می‌کردند. بنابراین، طبیعی است که این مساله برد و باخت برای مردم بسیار مهم جلوه کند و لذا اولین مسایل ریاضیات گسسته در این زمینه‌ها مطرح شدند لذا به طبع مسائلی راجع به ورق‌بازی و طاس و تخته‌نرد و ... جزء مسایل مهم و اساسی بودند که مورد تحقیق و کاوش ریاضی‌دانان آن زمان قرار گرفتند. و موجب پیدایش اصول احتمالات و محرکی برای پیشرفت ریاضیات گسسته شدند. اولین کسی که روی بازی‌های مربوط به ریختن طاس مطالعاتی انجام داد، ریاضی‌دان ایتالیایی تارتاگلیا بود. او جدولی تنظیم کرد که نشان می‌داد به چند طریق ممکن، می‌توان عدد مشخصی را با ریختن طاس به دست آورد.

در قرن هیفدهم ریاضی‌دانان فرانسوی پاسکال و فرما روی مسایل مربوط به احتمالات و ریاضیات ترکیبی مطالعات جدی انجام دادند. در این مورد هم، نقطه شروع بازی‌های شانسی بود، بخصوص

مسئله پایان بازی شیر یا خط که دوست پاسکال، شوالیه دومره برای حل پیش او فرستاد. این مسئله تقریباً به ترتیب زیر است. در یک بازی شیر یا خط، کسی برنده است که شش مرتبه درست حدس زده باشد اما زمانی که نفر اول پنج مرتبه و نفر دوم چهار مرتبه درست حدس زده باشند، بازی بهم می‌خورد. حال سوال این است پولی که وسط گذاشته شده است چگونه باید بین این دو نفر قسمت شود؟

بدیهی است که تقسیم به نسبت ۵ و ۴ مناسب نیست. پاسکال با استفاده از شمارش حالتها و ترکیبات مختلف مسئله را در حالت کلی حل کرد. بعد راه حل دیگری از طرف فرما ارائه شد.

مطالعات بیشتر در این زمینه، توسط برنولی، لایبنیتز و اوایلر انجام گرفت. اما قسمت عمده این مطالعات روی قمار و بازی‌های شانسی صورت گرفت. در سالهای اخیر ریاضیات ترکیبی پیشرفت زیادی داشته و در ریاضیات محض و کاربردی استفاده‌های چشمگیری داشته است. از این شاخه از ریاضیات برای حل مسائل حمل و نقل و ترافیک، مسئله تنظیم برنامه، بخصوص برنامه تولید و فروش کالا، در صنعت برق و خطوط انتقال نیرو، در برنامه‌های کامپیوتری و بهینه‌سازی، در علوم اجتماعی، ژنتیک و ... استفاده‌های عمده و اساسی صورت گرفته است.

بین این شاخه از ریاضیات و برنامه‌ریزی خطی، آمار و احتمالات و ... روابط تنگاتنگی برقرار شده است.

در ریاضیات محض، هم در نظریه گروه‌ها و هندسه و جبر و نظریه اعداد و ... استفاده‌های شایانی صورت گرفته است.

امروزه این شاخه از ریاضیات چنان پیشرفت کرده است که در سطح دانشگاه‌ها و مراکز معتبر گروه‌های تحقیقاتی فراوانی مشغول کاوش و تحقیق در این زمینه هستند و روزانه صدها مقاله و کنفرانس در سطوح مختلف برای متخصصین این رشته و سایر علاقه‌مندان برگزار می‌شود. اکنون چندین مجله تخصصی فقط تحت عنوان "combinatorics" ترکیبات فعال و مشغول چاپ و انتشار هستند. اولین مجله تخصصی ترکیبات به نام The ars combinatoria بود که از اواسط قرن نوزدهم منتشر می‌شود.

بدنه و شاخه‌های این رشته از ریاضیات روز به روز تنومندتر و گسترده‌تر می‌گردد.

برخی از شاخه‌های ترکیبیات که هم‌اکنون بسیار فعال و روبه گسترش هستند عبارتند از نظریه گراف به اتفاق نظریه جبری و ارتباط آن با توپولوژی، نظریه کدگذاری و کدگذاری به انضمام نظریه جبری و هندسی آن، نظریه رمزنگاری و رمزگشایی، نظریه طرحهای ترکیبیاتی، به اتفاق روشهای شمارشی و ارتباطات جبری آن و نظریه ترکیبیاتی اعداد، علوم کامپیوتر و الگوریتمهای موازی و ...

هدف اصلی این کتاب، ارائه اصول اولیه و اساسی علم ترکیبیات است که به زبانی ساده و به

همراه مساله‌های حل شده و تمرینهای با راهنمایی و همراه با جواب، قصد آموزش و شناسایی این علم به دانش‌آموزان و دانشجویان این رشته، و سایر علاقمندان را دارد.

ساختار این کتاب بسیار ساده است. ابتدا برخی از تعاریف و قضایای اصلی ارائه شده و سپس با بررسی چند مثال قصد آموزش استفاده از این اصول را دارد.

سپس در بخش مساله‌های حل شده مجدداً، ابتدا چند تمرین ساده جهت آموزش و تجزیه و تحلیل‌های لازم ارائه شده و سپس مساله‌های پیچیده‌تری مطرح می‌شوند.

اکثر مساله‌های این کتاب، از جمله مساله‌هایی است که در مسابقات ریاضی و امتحانهای نهایی درس ریاضیات گسسته دبیرستان و دانشگاه و همچنین در امتحانهای کنکور مطرح می‌شوند. برای اینکه کتاب تعداد بیشتری از علاقمندان را مخاطب خود سازد، مساله‌های دشوارتری هم مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند.

برخی از مساله‌ها نیز در فصول مختلف کتاب، پس از آنکه مجهز به ابزارهای پیشرفته‌تری شدیم، مجدداً مورد بررسی و بازخوانی قرار گرفته‌اند.

در پایان هر فصل مساله‌های فراوانی گنجانده شده تا افراد مبارز طلب با آنها دست و پنجه نرم کنند. از آنجا که هیچ کاری بخصوص کتابخانه‌ای بدون حضور افراد مؤثر و دلسوز و خستگی ناپذیر ممکن و میسر نیست، چاپ و نشر این اثر هم بدون حضور دلسوزانه و مشتاق افراد علاقمند به انجام نمی‌رسید. تعداد زیادی از افراد فرهیخته و قانع بدون چشم دلشویی مادی در این امر سهیم و مؤثر بودند. در اینجا باید از افراد زیادی نام ببرم که این کار را به انجام رسانده‌اند. البته بیست و حروف چین کتاب و مسئول لیتوگرافی و کارکنان نشر مهاجر باید نام ببرم که عاشقانه خود را وقف علم و فرهنگ کرده‌اند. بخصوص باید از انسانی بزرگ و دوست‌داشتنی نام ببرم که بدون کمک و یاری ایشان این اثر هرگز به این زیبایی به چاپ نمی‌رسید، از جناب آقای محمدی ناشر محترم این کتاب که توجه و لطف زیادی به این حقیر داشتند و قبول کردند تا این کتاب را منتشر سازند، کمال تشکر را دارم.

در پایان از کلیه دوستان دانشجو و دانش‌آموزی که این کتاب را با دقت مطالعه می‌کنند صمیمانه می‌خواهم که اولاً نارسائیهای این قلم را ببخشایند و در صورت مشاهده هرگونه لغزش و کاستی، بر ما منت نهاده و به اینجانب تذکر دهند تا در چاپ‌های آتی این اشتباهات و لغزشها را مرتفع سازیم.