

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

گنجینه ای از تئوری اعداد

دکتر بهزاد صالحیان متی کلایی
عضو هیات علمی دانشگاه دامغان



دکتر صالحیان متی کلایی، بهزاد، ۱۳۵۰ -

گنجینه ای از تئوری اعداد/ دکتر بهزاد صالحیان متی کلایی - تهران : نشر مهاجر ۱۳۷۸

ISBN: 978-964-5943-00-۲

ص ۱۹۰

فهرست نویسی بر اساس اطلاعات فیبا.

۱. نظریه اعداد، الف، عنوان.

گ ۲ ص ۲۴۱ / QA ۵۱۲/۷

کتابخانه ملی ایران

۱۰۵۵۹ - ۷۸ م

www.ketab.ir

مؤلف: دکتر بهزاد صالحیان

عضو هیات علمی دانشگاه تهران

ویراستار: یوسف محمدنژاد

طراح جلد: شهرام عظیمی

تیراژ: ۱۰۰ نسخه

نوبت چاپ چهارم: ۱۴۰۳

سایت انتشارات مهاجر
www.mohajerpublish.ir

پیج اینستاگرام نشر مهاجر
@entesharat.mohajer۲

آدرس نشر: تهران، فخررازی، بن بست نیکپور پلاک ۷، واحد ۳

تلفن: ۰۲۱۶۶۹۵۲۱۹۹ - ۰۲۱۶۶۹۵۲۲۰۰

پیشرفت

نظریه اعداد یکی از شاخه‌های بسیار پر بار ریاضیات است که ریشه در اعماق تاریخ بشر دارد. از زمانی که بشر شمردن را آغاز کرد، نظریه اعداد را نیز بنیاد نهاد. پیشینه این نظریه به حدود چهار هزار سال پیش - یعنی به تمدن بابلی و سومری - می‌رسد که در برخی از نوشته‌های به جای مانده از آن دوران، نشانه‌هایی از آن به چشم می‌خورد. حتی می‌توان ادعا کرد که پیشینه نظریه اعداد، ریشه‌های عمیق‌تری در دل تاریخ بشری دارد. هر اندازه دانش بشری گسترده‌تر شد و درخت ریاضیات تنومندتر و شکوفاتر گشت، نظریه اعداد نیز به تبع آن پربارتر گردید، پس از دوران شمارش در بابل و هند، این نظریه به صورت معماهای ریاضی در یرنان باستان نمایان شد و شمار زیادی از فرهیختگان و فیلسوفان را شیفته خود ساخت؛ چنانکه عده‌ای را به سوی پرستش اعداد سوق داد، که از نمونه‌های بارز آن می‌توان از فیثاغورسیان نام برد.

اکنون در آستانه قرن بیست و یکم، نظریه اعداد - به خصوص با حل قضیه آخر فرما، توسط اندرو وایلز - یکی از شکوفاترین و بیشترین شاخه‌های ریاضیات محسوب می‌شود. ستاره اعداد به طرز باشکوهی درخشان گردید؛ به طوری که تمامی جهان را متوجه خود ساخت و در سراسر گیتی صداها ساعت جلسه سخنرانی به آن اختصاص یافت.

یکی از دلایلی که ضرورت توجه بیشتر به نظریه اعداد دلالت دارد، اظهارات رومن هاردی - ریاضی‌دان شهیر انگلیسی - است که می‌گوید:

«نظریه مقدماتی اعداد باید یکی از مهمترین موضوعها برای آموزش اولیه ریاضیات باشد. اطلاعات قبلی چندانی هم نمی‌خواهد، موضوع‌اش ملموس و ملموس است. روشهای استدلالی که به کار می‌گیرد، ساده، کلی و تعدادشان کم است و از لحاظ تحریک حس کنجکاوی طبیعی آدمی، در علوم ریاضی مانند ندارد. یک ماه آموزش محققانه در نظریه اعداد، دو بار آموزنده‌تر، دو بار مفیدتر و دست کم ده بار سرگرم‌کننده‌تر از همان مدت تعلیم «حسابان برای مهندسان» است.»

کتاب حاضر، دربردارنده مفاهیم کلاسیک نظریه مقدماتی اعداد است که در دبیرستانها و دانشگاههای کشور، تدریس می‌شوند.

در این کتاب سعی شده است قضایا و مفاهیمی آورده شود که، هم برنانه درسی

دبیرستانی را پوشش دهد و هم برای دانش آموزانی که مایل به داشتن دانش بیشتری در این زمینه از ریاضیات هستند، مفید باشد.

همچنین، در این کتاب صدها مسئله نمونه به طور کامل حل شده است، تا خواننده با نمونه های بیشتری از مسایل حل شده و روشهای حل آنها آشنا گردد. در پایان هر فصل، تعداد زیادی تمرین گنجانده شده تا خوانند بتواند با استفاده از آنها هم مطالب فراگرفته شده را دوباره مرور و تمرین کند و هم منبعی از سوالات متنوع در دسترس داشته باشد. ترتیب مسایل حل شده به قرار زیر است:

ابتدا مسایلی که تنها محاسبات عددی اند، ارائه می شوند. هدف از ارائه این نوع مسایل نحوه استفاده از قضایای مطرح شده، به طور عینی و شهودی است. نوع دیگری از مسایل، تنها به داشتن مهارت استفاده از یک قضیه مشخص موجود در متن کتاب نیاز دارد. مسایلی نیز وجود دارند که اندکی پیشرفته ترند و نیاز به مهارت در استفاده از ترکیب چند قضیه دارند. همچنین سعی شده است تا هر فصل کتاب مستقل از مسایل حل شده و تمرینهای پایانی فصل و نیز مستقل از دیگر فصول کتاب باشد.

از این کتاب می توان هم به عنوان کتابهای کمک آموزشی در کنار کتابهای درسی و هم به عنوان منبعی از مسایل حل شده و حل نشده استفاده کرد.

از آنجایی که سعی شده تا این کتاب مستقل از کتب دیگر باشد، لذا می توان از آن به عنوان یک کتاب خودآموز نیز بهره گرفت و مسایل حل شده متنوع، این امر را ممکن می سازد.

از کایه خوانندگان محترم انتظار می رود که کاستیها و لغزشهای کتاب را به نگارنده گوشزد کنند، تا در چاپهای آتی برطرف شود.

در پایان باید از دو دوست عزیز و بلند همت تشکر کنم که بدون یاری ایشان اثر حاضر به این زودی به طبع نمی رسید.

از جناب آقای محمد حسن محمدی، مدیر انتشارات مهاجر که همواره در تمامی مراحل چاپ این اثر، نگارنده را حمایت کردند، تشکر می کنم. همچنین از دوست گرامی، جناب آقای یوسف محمدزاد که متن کتاب را ویرایش کرده اند، سپاسگزارم.

بهزاد صالحیان

تهران

تابستان ۱۳۷۸

فهرست

پیشگفتار

۷

۷	فصل اول: بخشپذیری، اعداد اول و الگوریتم اقلیدس
۸	بخشپذیری
۱۲	اعداد اول
۱۷	الگوریتم اقلیدس
۲۰	معادله $ax + by = c$
۲۲	مسئله و حل مسئله
۴۹	تمرین

۵۵	فصل دوم: همبستگی
۵۸	آزمون بخشپذیری
۵۹	معادلات همبستگی
۶۱	روش‌های حل معادله $ax \equiv b \pmod{m}$
۶۳	قضیه باقیمانده چینی
۶۵	مسئله و حل مسئله
۸۹	تمرین

۹۳	فصل سوم: قضیه فرما و قضیه ویلسون
۹۶	قضیه اوایلر و تابع ϕ -اوایلر
۹۹	مسئله و حل مسئله
۱۲۵	تمرین

فصل چهارم: همبستگی‌های چندجمله‌ای

۱۲۹	احکام
۱۲۹	همبستگی‌های چندجمله‌ای کلی
۱۳۵	جواب‌های $f(x) \equiv 0 \pmod{p^k}$
۱۴۱	همبستگی $x^2 \equiv 0 \pmod{p^k}$
۱۴۲	مسئله و حل مسئله
۱۶۱	تمرین

فصل پنجم: اعداد اول

۱۶۳	نتایج
۱۶۴	غریبال اراتستن
۱۶۴	اعداد اول مرسن
۱۶۷	اعداد فرما
۱۶۷	قضیه اعداد اول
۱۶۹	قضیه دریکله
۱۷۰	حدس گلدباخ
۱۷۱	چند مسئله باز دیگر در نظریه اعداد
۱۷۲	مسئله و حل مسئله
۱۷۳	تمرین
۱۸۹	