بسم اللّه الرحمن الرحیم

حل معادله‌ها در مجموعه عددهای درست

تألیف: الکساندر اوسیپوویچ هلفوند

ترجمه: پرویز شهریاری

نشر مهاجر

نشر مهاجر

حل معادله‌ها در مجموعه عددهای درست

تألیف: الکساندر اوسینوویچ هلفوند

ترجمه: پرویز شهریاری

امور فنی: ثریا امامی

طراح جلد: محمد قلی‌زاده

چاپ دوم: ۱۴۰۳

تیراژ: ۴۰ جلد

لیتوگرافی: گرافیک گستر

چاپ: گلبان

صحافی: یگانه

شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۵۹۴۳-۲۹-۳

نشانی ناشر: خیابان انقلاب ابتدای فخر رازی بن‌بست نیک‌پور پلاک ۱۴ طبقه سوم

تلفن: ۶۹۵۲۲۰۰ ـ ۶۹۵۲۱۹۹ ـ ۶۴۱۰۰۳۶

هلفوند، آلکساندر اوسینوویچ

حل معادله‌ها در مجموعه عددهای درست/ الکساندر اوی ینوویچ هاوند؛ ترجمه پرویز شهریاری. ــ تهران: نشر مهاجر، ۱۳۸۰.

۴۲۴ ص.

ISBN: 964-5943-29-9

فهرستنویسی بر اساس اطلاعات فیپا.

۱. معادله‌ها. الف. شهریاری، پرویز، ۱۳۰۵ ـ ، مترجم. ب. عنوان.

QA۲۱۴/۸ه۸ح ۵۱۱/۳۳

کتابخانه ملی ایران ۱۳۷۷۵-۸۰م

محل نگهداری:

فهرست

پیش‌گفتار نویسنده

نظریهٔ عددها، ویژگی‌های بنیانی دنبالهٔ عددهای طبیعی، یعنی عددهای درست و مثبت را بررسی می‌کند و یکی از کهن‌ترین شاخه‌های ریاضیات است. یکی از مسأله‌های مرکزی نظریهٔ تحلیلی عددها، مسأله مربوط به پراکندگی عددهای اول در دنبالهٔ عددهای طبیعی است.

عدد اول، به هر عدد درست و مثبت بزرگتر از واحد گفته می‌شود که، به جز خودش و واحد، بر عدد درست دیگری بخش‌پذیر نباشد. مسأله مربوط به پراکندگی عددهای اول در مجموعهٔ عددهای طبیعی، به این جا منجر می‌شود که بتوانیم رفتار عددهای اول و به ویژه تعداد آن‌ها را، در مجموعهٔ عددهای طبیعی کوچکتر از N – وقتی N عددی بزرگ باشد – ارزیابی کنیم. نخستین نتیجه‌گیری در این باره مربوط به ارشمیدس (سدهٔ چهارم پیش ازمیلاد) است:

ارشمیدس ثابت کرد، عددهای اول دنباله‌ای بی‌پایان را تشکیل می‌دهند. نتیجه‌گیری دوم را پافنوتی لدوویچ چبیشف (۱۸۲۱-۱۸۹۴) ریاضی‌دان بزرگ روسی در نیمهٔ دوم سدهٔ نوزدهم بدست آورد.

مسأله اصلی دیگری از نظریهٔ عددها، عبارت است از بیان عددهای درست به یاری گونهٔ معینی از عددهای درست دیگر، مثل بیان عددهای فرد به یاری مجموع سه عدد اول. این مسأله که به نام مسأله گوله باخ معروف است، به وسیلهٔ ایوان ماتید په‌ویچ و بتوگرادوف (متولد ۱۸۹۱)، ریاضی‌دان شوروی و بزرگ‌ترین ویژه کارنظریهٔ عددها در سدهٔ بیستم، حل شد.

کتابی هم که در دست دارید، به یکی از جالب‌ترین بخش‌های نظریهٔ عددها، یعنی جست و جوی جوابهای درست معادله‌ها، مربوط می‌شود. حل معادله‌های جبری با ضریب‌های درست و پیدا کردن جواب‌های درست آن‌ها، یکی از دشوارترین بخش‌های نظریهٔ عددها را تشکیل می‌دهد. بسیاری

از ریاضی‌دانان مشهور دنیای باستان، مثل **فیثاغورس** یونانی (سدهٔ ششم پیش از میلاد و **دیوفانت** (یا دیوفانتوس) اسکندرانی (سده‌های دوم و سوم میلادی) و بهترین ریاضی‌دانان نزدیک‌تر به ما مثل **پیرفرما** (سدهٔ هفدهم)، **لئونارد اویلر** (سدهٔ هجدهم)، و **لاگرانژ** (سدهٔ هجدهم) و دیگران ــ روی این مسأله‌ها کارکرده‌اند. ولی، با وجود تلاش فراوان نسل‌های پشت سر هم ریاضی‌دانان مشهور، تاکنون نتوانسته‌اند در این زمینه، روش‌های کلی از نوع روش مجموع‌های مثلثاتی **وینوگرادوف**، که امکان حل گوناگون‌ترین مسأله‌های نظریهٔ تحلیلی عددها را فراهم آورده است، پیدا کنند.

مسأله پیدا کردن جواب‌های درست معادله‌ها، تنها دربارهٔ معادله‌های درجه دوم دو مجهولی، به طور کامل حل شده است. یادآوری می‌کنیم، باید معادله‌های یک مجهولی را، از هر درجه‌ای که باشند، از بحث خود خارج کنیم، زیرا ریشه‌های درست این معادله‌ها را (اگر وجود داشته باشند) می‌توان با تعداد محدودی آزمایش به دست آورد.

برای معادله‌های بالاتر از درجه دوم، وقتی شامل دو مجهول (یا تعداد بیشتری مجهول) باشند، نه تنها حل مسأله مربوط به پیدا کردن همهٔ جواب‌های درست، بلکه حتی حل مسأله بسیار ساده‌تر از آن، یعنی اثبات وجود تعداد متناهی یا نامتناهی جواب‌ها، کار بسیار دشواری است.

پیدا کردن جواب‌های درست معادله، به جز این که در زمینهٔ نظری و در خود ریاضیات اهمیت دارد، در عمل و از جمله در فیزیک هم، اغلب به چنین مسأله‌هایی برخورد می‌کنیم.

اهمیت نظری معادله‌های سیال، بی‌اندازه است، زیرا این مسأله‌ها، رابطه‌ای تنگاتنگ با بسیاری از مسأله‌های نظریهٔ عددها دارند. به جز این، بخش مقدماتی نظریه این‌گونه مسأله‌ها ــ که در این کتاب به آن‌ها پرداخته‌ایم ــ می‌تواند امکان با ارزشی برای بالا بردن درک ریاضی دانش‌آموزان دبیرستانی و دانشجویان تربیت معلم باشد.

در این کتاب، برخی از نتیجه‌گیری اساسی را، که در نظریهٔ حل معادله‌های با جواب‌های درست به دست آمده است، مطرح کرده‌ایم. قضیه‌هایی را که ضمن بحث آورده‌ایم، تنها در حالت‌هایی ثابت کرده‌ایم که استدلالی ساده و مقدماتی داشته‌اند.

یادداشت مترجم:

در اینجا باید از محمد کرجی (که در سده‌های چهارم و پنجم هجری قمری برابر با سده‌های دهم و یازدهم میلادی می‌زیسته) ریاضی‌دان ایرانی اهل کرج (در نزدیکی تهران کنونی) نام ببریم که در کتاب مشهور خود با عنوان «الفخری فی الجبر و مقابله» به زبان عربی، گونه‌های بسیاری از معادله‌ها را (با درجه‌های مختلف)، در حوزهٔ عددهای درست، و گاه در حوزهٔ عددهای گویا، حل کرده است. معادله‌هایی را که باید در جست و جوی جواب‌های درست آن‌ها بود، امروز معادله‌های سیال یا معادله‌های دیوفانتی گویند. کرجی کتاب الفخری را به نام فخرالملک واسطی (۳۵۴-۴۰۷ هجری قمری) وزیر بهاء الدین دیلمی که با کفایت و دانش دوست بود نوشت (فخرالملک واسطی، با وجود خدمت‌هایی که دیلمیان کرد، سرانجام به دستور سلطان‌الدولهٔ دیلمی جانشین بهاءالدین دیلمی در اهواز کشته شد). کتاب «الفخری» در اساس کتابی است دربارهٔ جبر و روش حل معادله‌ها، در این کتاب، به جز معادله‌های یک مجهولی مقدار زیادی معادله دو یا چند مجهولی و از درجه‌های مختلف آمده است که کرجی آن‌ها را در حوزه عددهای درست و گاه عددهای گویا حل کرده است. برخی از این معادله‌ها از کتاب دیوفانت آکندرانی برداشته شده و برخی هم از ابتکارهای خود کرجی است. دیوفانت را، ریاضی‌دانان ایرانی، اغلب دیوفنکس نامیده‌اند. جالب است که لئوناردو فیبوناچی ریاضی‌دان ایتالیایی که در سده‌های دوازدهم و سیزدهم میلادی می‌زیسته، بسیاری از معادله‌های سیال کرجی را در کتاب خود نقل کرده است، البته برخی را با همان راه‌حل کرجی و برخی دیگر را با راه‌حل ابتکاری خودش.

مطلب جالب دربارهٔ معادله‌های سیال کرجی این است که به ظاهر در

جست و جوی راه حلی برای مسأله‌ای بوده که بعدها به نام «**قضیه بزرگ فرما**» مشهور شده است، چرا که کرجی معادله‌های زیادی را در دوروبر معادلهٔ $x^n+y^n=z^n$ در کتاب خود آورده است، از جمله

$$x^2+y^2=z \quad ; \quad x^4+y^4=z^3 \quad ; \quad x^2+y^3=z^2 \quad ; \quad x^3+y^2=z^3 \quad ; \quad \ldots$$

به هر حال، وقتی از کارهای پیشینیان دربارهٔ معادله‌های سیال صحبت می‌کنیم، باید از **محمد کرجی**، ریاضی‌دان بزرگ ایرانی (که برخی به اشتباه، او را کرخی نامیده‌اند) یاد کنیم.

(یادداشت مترجم)