



مقدمه‌ای بر کاربرد فرایندهای تصادفی گسسته در مهندسی

www.ketab.ir

گردآوری و تدوین

مهدی مهدوی

دانشیار دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

دانشگاه صنعتی اصفهان



انتشارات دانشگاه صنعتی اصفهان

شماره کتاب ۱۸۳

گروه فنی و مهندسی ۷۹

مقدمه‌ای بر کاربرد فرایندهای تصادفی گسسته در مهندسی

تدوین و گردآوری.....:	دکتر مهدی مهدوی
ویراستار ادبی.....:	دکتر سید محمد صابر علی
صفحه‌آرا و طراح جلد.....:	مرضیه خردمند
ناشر.....:	انتشارات دانشگاه صنعتی اصفهان
لیتوگرافی، چاپ و صحافی.....:	چاپخانه دانشگاه صنعتی اصفهان
چاپ اول.....:	زمستان ۱۴۰۱
شمارگان.....:	۲۰۰ جلد
شابک.....:	۹۷۸-۶۰۰-۸۲۵۷-۶۰-۸
قیمت.....:	۱۷۰۰۰۰۰ ریال

سرشناسه	مهدوی، مهدی؛ ۱۳۴۶-، گردآورنده
عنوان و نام پدیدآور	مقدمه‌ای بر کاربرد فرایندهای تصادفی گسسته در مهندسی / گردآوری و تدوین مهدی مهدوی؛ ویراستار ادبی سید محمد صابر علی.
مشخصات نشر	اصفهان: دانشگاه صنعتی اصفهان، انتشارات، ۱۴۰۱.
مشخصات ظاهری	ده، ۴۲۸ ص.: مصور.
فروست	دانشگاه صنعتی اصفهان، انتشارات؛ ۱۸۳. گروه فنی و مهندسی؛ ۷۹.
شابک	۹۷۸-۶۰۰-۸۲۵۷-۶۰-۸
وضعیت فهرست نویسی	فیپا
یادداشت	واژه‌نامه
یادداشت	کتابنامه: ص. ۴۱۳.
موضوع	داده‌پرداز مارکف-مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی) Markov processes
موضوع	فراگردهای احتمالی - مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی) Stochastic processes -- Problems, exercises, etc. (Higher)
شناسه افزوده	دانشگاه صنعتی اصفهان. انتشارات
رده بندی کنگره	QATV۴ / ۷
رده بندی دیویی	۵۱۹/۲۳۳
شماره کتابشناسی ملی	۹۰۷۵۴۵۲

حق چاپ برای انتشارات دانشگاه صنعتی اصفهان محفوظ است.

اصفهان: دانشگاه صنعتی اصفهان - انتشارات - کدپستی ۸۴۱۵۶-۸۳۱۱۱ تلفن: ۳۳۹۱۲۹۵۲ (۰۳۱) دورنگار: ۳۳۹۱۲۵۵۲ (۰۳۱) برای خرید اینترنتی کلیه کتاب‌های منتشره انتشارات می‌توانید به وبگاه <http://publication.iut.ac.ir> مراجعه و یا مستقیماً از کتابفروشی انتشارات واقع در کتابخانه مرکزی دانشگاه صنعتی اصفهان (تلفن ۳۳۹۱۳۹۵۲) خریداری فرمائید.

پیشگفتار

حمد و سپاس خداوند متعال را که به انسان آنچه را نمی دانست آموخت. اما بعد....

اگرچه بحث فرایندهای تصادفی بعنوان شاخه‌ای جذاب در علوم ریاضی مطرح می‌باشد، نقشی کلیدی نیز در رشته‌های مختلف مهندسی و فیزیک بازی می‌کند. در رویکرد عملی فرآیند تصادفی، یک فرآیند تصادفی مجموعه‌ای از متغیرهای تصادفی در زمان است به نحوی که در هر لحظه از زمان یک متغیر تصادفی یکتا فرآیند را مشخص می‌نماید. در حالت کلی رابطه خاصی بین این متغیرهای تصادفی لحاظ نمی‌گردد. لکن در بسیاری از کاربردها رابطه خاصی بین ساختارهای احتمالی این متغیرها وجود دارد. از جمله می‌توان به مواردی اشاره کرد که در آنها تعیین آینده احتمالی فرآیند تنها بر اساس وضعیت فعلی فرآیند انجام پذیر می‌باشد. به بیان دیگر آنچه قبل از زمان حال بر فرآیند گذشته اسفند، تأثیری بر آینده احتمالی فرآیند نخواهد داشت. به چنین فرآیندهایی فرآیندهای مارکوف گفته می‌شوند. خاصیتی از این فرآیندها به زنجیرهای مارکوف معروفند. این دسته از فرآیندها در مدلسازی و تحلیل بسیاری از مسائل کاربردی نقش بسزایی دارند. از اینرو نیاز مبرم به مطالعه در زمینه زنجیره‌های مارکوف برای دانشجویان احساس می‌شود.

در طی بیش از دو دهه تحقیق و تدریس در زمینه‌های مختلفی که به نحوی با فرآیندهای تصادفی گسسته و بخصوص زنجیرهای مارکوف سروکار دارند بر این باور رسیده‌ام که اگرچه منابع گوناگونی در معرفی، شرح و مطالعه دقیق زنجیرهای مارکوف وجود دارند، برای دانشجویان مهندسی که اولین بار با این مفاهیم آشنا می‌شوند، بررسی ریزیتانه مطالب این حوزه خیلی آسان نیست و سعی در فهمیدن عمیق و صحیح مطالب بخصوص موضوعات پایه از روی منابع موجود، در بسیاری از مواقع دانشجویانی که در شروع این راه هستند را دچار مشکل می‌نماید و در خیلی از مواقع منجر به صرف وقت بسیار می‌گردد. تا حد اطلاع مرجعی بخصوص فارسی که کمک به درک عمیق با موشکافی موضوعات مختلف به‌مراه اثبات برای فردی که با مبانی احتمال آشنا است در این زمینه یافت نمی‌شود.

فهرست مطالب

۱	۱: مروری بر احتمال
۱	۱-۱ مقدمه
۱	۲-۱ آزمایش تصادفی
۲	۳-۱ تعریف احتمال
۳	۴-۱ برخی از قضایای پر استفاده در احتمال
۷	۵-۱ استقلال پشامدها
۸	۶-۱ پیوستگی احتمال
۱۱	۱-۶-۱ لم بورل-کانتلی
۱۲	۲-۶-۱ عکس لم بورل-کانتلی
۱۴	۷-۱ احتمال شرطی
۱۷	۱-۷-۱ رابطه بیز
۱۹	مسائل
۲۳	۲: متغیرهای تصادفی
۲۳	۱-۲ مقدمه
۲۳	۲-۲ متغیرهای تصادفی
۲۵	۳-۲ تابع توزیع متغیر تصادفی
۲۶	۱-۳-۲ متغیر تصادفی گسسته
۲۷	۲-۳-۲ متغیر تصادفی پیوسته
۲۷	۴-۲ معرفی برخی از متغیرهای تصادفی گسسته
۲۷	۱-۴-۲ متغیر تصادفی برنولی
۲۸	۲-۴-۲ متغیر تصادفی دو جمله‌ای
۲۹	۳-۴-۲ متغیر تصادفی هندسی

۲۹	۴-۴-۲ متغیر تصادفی پواسون.....
۳۱	۵-۴-۲ متغیر تصادفی دو جمله ای منفی.....
۳۱	۵-۲ معرفی برخی از متغیرهای تصادفی پیوسته.....
۳۱	۱-۵-۲ متغیر تصادفی یکنواخت.....
۳۲	۲-۵-۲ متغیر تصادفی نرمال (گوسی).....
۳۲	۳-۵-۲ متغیر تصادفی نمایی.....
۳۳	۴-۵-۲ متغیر تصادفی گاما.....
۳۳	۵-۵-۲ متغیر تصادفی ویبل.....
۳۴	۶-۲ تابع توزیع توام دو متغیر تصادفی.....
۳۵	۱-۶-۲ تابع توزیع توام n متغیر تصادفی.....
۳۵	۲-۶-۲ تابع جرم/چگالی احتمال توام دو متغیر تصادفی.....
۳۶	۳-۶-۲ تابع توزیع توام توابعی از متغیرهای تصادفی.....
۳۷	۷-۲ استقلال متغیرهای تصادفی.....
۳۹	۸-۲ مقدار میانگین.....
۴۴	۹-۲ واریانس و کواریانس.....
۴۵	۱-۹-۲ خواص کواریانس.....
۴۷	۱۰-۲ تابع مولد گشتاور و تابع مشخصه.....
۴۷	۱-۱۰-۲ خواص تابع مولد گشتاور.....
۴۹	۱۱-۲ احتمال شرطی و میانگین گیری شرطی.....
۴۹	۱-۱۱-۲ حالت گسسته.....
۵۲	۲-۱۱-۲ حالت پیوسته.....
۵۶	۱۲-۲ محاسبه میانگین با استفاده از شرطی کردن.....
۵۶	۱-۱۲-۲ حالت گسسته.....
۵۹	۲-۱۲-۲ حالت پیوسته.....
۶۱	۱۳-۲ محاسبه واریانس با استفاده از شرطی کردن.....
۶۲	۱۴-۲ محاسبه احتمال با استفاده از شرطی کردن.....
۶۵	۱۵-۲ قضیه های حدی و نامساوی های مهم احتمال.....
۶۵	۱-۱۵-۲ نامساوی مارکوف.....
۶۵	۲-۱۵-۲ نامساوی چیشف.....
۶۶	۳-۱۵-۲ نامساوی یکطرفه چیشف.....

۶۷	۴-۱۵-۲ کرانه‌های چرنوف
۶۸	۵-۱۵-۲ نامساوی جنسن
۶۹	۶-۱۵-۲ قانون ضعیف اعداد بزرگ
۶۹	۷-۱۵-۲ قانون قوی اعداد بزرگ
۷۱	۸-۱۵-۲ قضیه حد مرکزی
۷۳	۹-۱۵-۲ قضیه همگرایی یکنوا و همگرایی تسلطی لبگ
۷۴	مسائل

۳: زنجیرهای مارکوف زمان گسسته

۷۹	۱-۳ مقدمه
۸۰	۲-۳ فرآیندهای تصادفی
۸۱	۳-۳ فرآیندهای مارکوف
۸۲	۴-۳ زنجیرهای مارکوف زمان گسسته
۹۰	۱-۴-۳ دیگرام حالت
۹۱	۲-۴-۳ معادلات چپمن - کریموف
۹۵	۳-۴-۳ محاسبه احتمالات غیرشرطی
۹۵	۴-۴-۳ محاسبه احتمال گذر بین دو مجموعه مکمل از حالت‌ها
۱۰۲	۵-۳ رده‌بندی حالت‌ها
۱۲۹	۶-۳ احتمالات حدی، توزیع ایستادن و ارگادیک بودن
۱۳۷	۱-۶-۳ احتمالات حدی
۱۴۱	۲-۶-۳ توزیع ایستادن
۱۴۵	۳-۶-۳ روش محاسبه احتمالات حدی
۱۴۶	۴-۶-۳ روش محاسبه توزیع ایستادن
۱۵۴	۷-۳ تغییر وضعیت بین کلاس‌های یک زنجیر
۱۵۹	۸-۳ محاسبه متوسط زمان‌های سپری شده در حالت‌های گذرا
۱۶۵	۹-۳ زنجیرهای مارکوف وارون پذیر با زمان (برگشت پذیر با زمان)
۱۷۴	مسائل

۴: توزیع تصادفی نمایی و فرآیند پواسون

۱۸۱	۱-۴ مقدمه
۱۸۱	۲-۴ توزیع نمایی