



حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی

(ویرایش هشتم)

جلد اول (قسمت اول)

JAMES STEWART

McMASTER UNIVERSITY

AND

UNIVERSITY OF TORONTO

ترجمه

فرزین حاجی جمشیدی - مهرداد آزادی
علی اسلامی خوزانی

سرشناسه	: استوارت، جیمز، ۱۹۴۱ م. Stewart. James
عنوان و نام پدیدآور	: حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی / جیمز استوارت؛ ترجمه فرزین حاجی جمشیدی، مهرداد آزادی، علی اسلامی خوزانی.
مشخصات نشر	: تهران: صفار، ۱۳۹۶.
مشخصات ظاهری	: ۴۶۴ ص: ۳ جلد مصور (رنگی)، جدول (رنگی) ۲۱ × ۲۸ س.م.
شابک	: دوره: ۵-۵۳۳-۳۸۸-۹۶۴-۹۷۸؛ جلد ۱-۱-۴-۵۳۰-۳۸۸-۹۶۴-۹۷۸؛ جلد ۲-۱-۲-۵۳۱-۳۸۸-۹۶۴-۹۷۸؛ جلد ۳-۱-۲-۵۳۲-۳۸۸-۹۶۴-۹۷۸
وضعیت فهرست نویسی	: فیپا
یادداشت	: عنوان اصلی: Calculus
موضوع	: حسابان -- کتاب های درسی
موضوع	: Calculus -- Textbooks
شناسه افزوده	: حاجی جمشیدی، فرزین، ۱۳۳۲- مترجم
شناسه افزوده	: آزادی، مهرداد، ۱۳۴۳، مترجم
شناسه افزوده	: اسلامی خوزانی، علی، ۱۳۴۰، مترجم
رده بندی کنگره	: ۱۳۹۶ ۵۵۳/۲-۳۰۳ QA
رده بندی دیویی	: ۵۱۵
شماره کتابشناسی ملی	: ۴۸۲۳۷۹۸

فهرست نویسی پیش از انتشار: انتشارات صفار



نام کتاب	: حساب دیفرانسیل و انتگرال و هندسه تحلیلی ویرایش هشتم (جلد اول قسمت اول)
مؤلفین	: جیمز استوارت
مترجمین	: فرزین حاجی جمشیدی- مهرداد آزادی- محمد علی اسلامی خوزانی
ویراستار	: مهسا صدیقی نیا
طرح جلد	: فرهاد کمالی
حروفچینی	: معرفت
لیتوگرافی	: گنج شایگان ① ۵۵۴۰۲۱۸۴
چاپ متن	: گنج شایگان ① ۵۵۴۰۳۴۷۸
شمارگان	: ۱۱۰۰ نسخه
قیمت	: ۴/۲۰۰/۰۰۰ ریال
نوبت چاپ	: دوم- پاییز ۱۴۰۲
ناشر	: انتشارات صفار
مرکز پخش	: خیابان انقلاب- روبروی دبیرخانه دانشگاه تهران- بازارچه کتاب- طبقه زیرین
	: انتشارات اشراقی ① ۶۶۴۰۸۴۸۷ تلفن گویا: ۶۶۹۷۰۹۹۲
	: پخش کتاب بینش ① ۶۶۴۹۶۲۹۹
	: کتابفروشی صفا ① ۶۶۹۷۸۸۴۶



۳۰۰۰۵۳۵۱

www.saffarpublishing.com

ISBN 978-964-388-530-4

شابک: ۴-۵۳۰-۳۸۸-۹۶۴-۹۷۸

www.Eshraghipub.com

ISBN 978-964-388-533-5

شابک دوره: ۵-۵۳۳-۳۸۸-۹۶۴-۹۷۸

Email: saffar_publishing@yahoo.com

این اثر، مشمول قانون حمایت مؤلفان و مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است، هرکس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه مؤلف (ناشر) نشر، یا پخش یا عرضه کند مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

مدیریت واحد تولید انتشارات صفار: ۰۹۱۲-۱۰۷۳۰۰۳

جلد اول (قسمت اول)

.....	پیشگفتار
.....	خطاب به دانشجو
.....	ماشین‌های حساب، کامپیوترها، و سایر ابزارهای رسم‌کننده
.....	آزمون‌های تشخیصی
.....	مروری بر حساب دیفرانسیل و انتگرال

توابع و حدود

۱

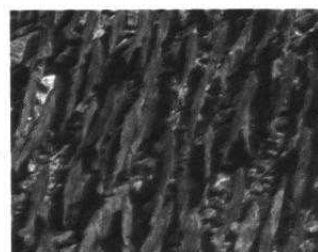
.....	۱-۱ چهارراه برای نشان دادن تابع
.....	۱-۲ مدل‌های ریاضی: فهرست توابع اساسی
.....	۱-۳ به دست آوردن توابع جدید از توابع قدیمی
.....	۱-۴ مسائل سرعت و مماس
.....	۱-۵ حد یک تابع
.....	۱-۶ محاسبه حدود با استفاده از قوانین حدی
.....	۱-۷ تعریف دقیق یک حد
.....	۱-۸ پیوستگی
.....	دوره
.....	اصول و مبانی حل مسئله



مشتقات

۲

.....	۲-۱ مشتق‌ها و میزان تغییر
.....	پروژه‌های نوشتاری: روش‌های قدیمی تعیین مماس
.....	۲-۲ مشتق به عنوان یک تابع
.....	۲-۳ فرمول‌های مشتق
.....	پروژه کاربردی: ساخت یک ترن هوایی بهتر
.....	۲-۴ مشتق توابع مثلثاتی
.....	۲-۵ قاعده زنجیره‌ای
.....	پروژه کاربردی: کجا یک خلبان شروع به فرود می‌کند؟
.....	۲-۶ مشتق‌گیری ضمنی
.....	پروژه آزمایشگاهی: خانواده منحنی‌های ضمنی
.....	۲-۷ میزان تغییر در طبیعت و علوم اجتماعی
.....	۲-۸ میزان‌های مرتبط
.....	۲-۹ تقریب خطی و دیفرانسیل
.....	پروژه آزمایشگاهی: چندجمله‌ای‌های تیلور
.....	دوره
.....	تمرین‌های اضافی





- ۱۹۴ ۳-۱ مقادیر ماکزیمم و مینیمم
- ۲۰۲ پروژه کاربردی: حساب دیفرانسیل رنگین کمان‌ها
- ۲۰۳ ۳-۲ قضیه مقدار میانگین
- ۲۰۸ ۳-۳ مشتق چگونه بر شکل نمودار تأثیرگذار است
- ۲۱۸ ۳-۴ مجانب‌های افقی حدود در بی‌نهایت
- ۲۲۹ ۳-۵ خلاصه طریقه رسم منحنی
- ۲۳۵ ۳-۶ رسم نمودار با حساب دیفرانسیل و ماشین‌های حساب
- ۲۴۲ ۳-۷ مسائل بهینه‌یابی
- ۲۵۴ پروژه کاربردی: شکل یک قوطی
- ۲۵۵ پروژه کاربردی: هواپیماها و پرندگان: مینیمم کردن انرژی
- ۲۵۵ ۳-۸ روش نیوتن
- ۲۶۰ ۳-۹ پاد مشتق
- ۲۶۶ دوره
- ۲۷۱ تمرین‌های اضافی

انتگرال

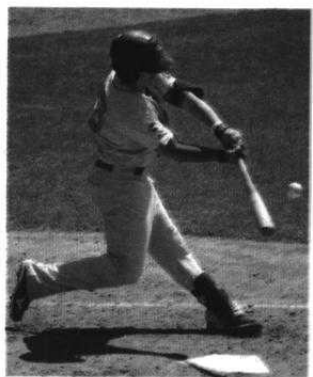
۴



- ۲۷۶ ۴-۱ مساحت و فاصله
- ۲۸۵ ۴-۲ انتگرال معین
- ۲۹۶ پروژه اکتشافی: توابع مساحت و انتگرال
- ۲۹۷ ۴-۳ قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال
- ۳۰۶ ۴-۴ انتگرال‌های نامعین و قضیه تغییر خالص
- ۳۱۳ پروژه نوشتاری: نیوتن، لایبنیتز و اختراع حساب دیفرانسیل و انتگرال
- ۳۱۳ ۴-۵ قاعده جانشانی
- ۳۱۹ دوره
- ۳۲۳ تمرین‌های اضافی

کاربردهای انتگرال

۵



- ۳۲۶ ۵-۱ مساحت بین منحنی‌ها
- ۳۳۳ پروژه کاربردی: شاخص جینی
- ۳۳۵ ۵-۲ حجم‌ها
- ۳۴۴ ۵-۳ حجم با لایه‌های استوانه‌ای
- ۳۴۹ ۵-۴ کار
- ۳۵۴ ۵-۵ مقدار میانگین یک تابع
- ۳۵۷ پروژه کاربردی: حساب دیفرانسیل و انتگرال و بیس بال
- ۳۵۸ دوره
- ۳۶۰ تمرین‌های اضافی

۶۴	A	اعداد نامساوی‌ها و قدرمطلق‌ها
۶۹	B	مختصات هندسی و خطوط
۷۵	C	نمودار معادلات درجه دوم
۸۰	D	مثلثات
۸۸	E	نماد سیگما
۹۲	F	اثبات قضایا
۹۵	G	اعداد مختلط
۱	H	پاسخ تمرین‌های فرد
۴۱		جواب‌های بررسی مفهومی
۵۴		مراجع
۵۹		جدول انتگرال‌ها

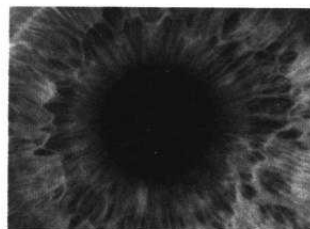
جلد اول (قسمت دوم)

توابع معکوس (وارون): توابع نمایی، لگاریتمی و مثلثاتی معکوس

۶

۸ ۶-۱ توابع معکوس

۵۸	۶-۲* تابع لگاریتمی طبیعی	۳۴	۶-۲ توابع نمایی و مشتقات آن
۶۵	۶-۳* تابع نمایی طبیعی	۴۵	۶-۳ توابع لگاریتمی
۷۱	۶-۴* توابع نمایی و لگاریتمی عمومی	۵۰	۶-۴ مشتقات توابع لگاریتمی



۹	۶-۵ رشد و زوال نمایی
۵	پروژه کاربردی: کنترل کاهش گلبول قرمز خون در زمان جراحی
۶	۶-۶ توابع مثلثاتی معکوس
۲	پروژه کاربردی: در سینماها کجا بنشینیم
۳	۶-۷ توابع هذلولوی
۸	۶-۸ صورت‌های مبهم و قانون هوپیتال
۸	پروژه نوشتاری: ریشه‌های قانون هوپیتال
۹	دوره
۱۳	تمرین‌ها

روش‌های انتگرال‌گیری

۷

۱۶	۷-۱ روش جزء به جزء
۲۰	۷-۲ انتگرال‌های مثلثاتی
۲۵	۷-۳ جانشین‌های مثلثاتی
۳۰	۷-۴ انتگرال‌گیری از توابع گویا با استفاده از کسرهای ساده
۳۶	۷-۵ استراتژی انتگرال‌گیری
۴۰	۷-۶ انتگرال‌گیری با استفاده از جداول و سیستم‌های جبری کامپیوتری
۴۴	پروژه اکتشافی: الگوها در انتگرال‌ها
۴۵	۷-۷ انتگرال‌گیری تقریبی
۵۵	۷-۸ انتگرال‌های غیرعادی (ناسره)
۶۳	دوره
۶۷	تمرین‌های اضافی



یک اکتشاف مهم یک مسئله مهم را حل می‌کند، اما در جواب هر مسئله جوانه اکتشاف دیگری پنهان است. مسئله شما ممکن است ساده باشد، اما اگر کنجکاوی را برانگیزد و خلاقیت را تحریک کند و اگر شما با همان ابزاری که در اختیار دارید آنرا حل کنید، آنگاه کشف و لذت حاصل از کشف را تجربه خواهید کرد.

جرج پولیا

گفته مارک دورن، هنر آموزش، هنر کمک به کشف است. سعی من بر این بوده است کتابی بنویسم که دانشجویان را در کشف حساب دیفرانسیل و انتگرال، یعنی هم قدرت عملی آن و هم زیبایی شگفت‌انگیزش ری‌رساند. در این ویرایش نیز همچون هفت ویرایش قبل، هدف اصلی من، القای حس بهره‌برداری از حساب دیفرانسیل و انتگرال و ارتقای توانایی فنی است، اما در عین حال بسیار مشتاقم که حق مطلب را به خاطر زیبایی ذاتی موضوع به جای آورم. نیوتن بدون شک وقتی اولین اکتشافات خود را انجام داد حس اتاقانه‌ای را تجربه کرد. من بر آنم که دانشجویان را در بخشی از این هیجان سهیم کنم. تأکید روی درک مفاهیم است. به عقیده من تقریباً همه بر سر این موضوع اتفاق نظر دارند که درک مفاهیم باید در رأس اهداف آموزش حساب دیفرانسیل و انتگرال قرار گیرد. در واقع، نیروی محرک برای حرکت جدید به‌سازی حساب دیفرانسیل و انتگرال از کنفرانس تولن در سال ۱۹۸۶ نشأت گرفت که اولین توصیه‌شان به صورت زیر بود:

«روی درک مفهوم تمرکز کنید»

من تلاش کرده‌ام که این هدف را از طریق این قانون سه‌گانه محقق کنم: «مباحث باید به صورت هندسی، عددی و جبری ارائه شوند». تجسم، آزمون‌های گرافیکی و عددی و دیگر نگرش‌ها، چگونگی تدریس استدلال مفهومی را به طرق اساسی تغییر داده‌اند. اخیراً قانون سه‌گانه با تأکید بر نقطه نظر توصیفی یا کلامی به قانون چهارگانه بسط یافته است.

این کتاب شامل عناصر به‌سازی شده، اما در غالب یک برنامه درسی کلاسیک است. در نگارش ویرایش هشتم فرض من بر این بوده است که هنوز ممکن است با حفظ بهترین سنت‌های حساب دیفرانسیل و انتگرال کلاسیک به درک مفهوم دست یافت.

ویژگی‌های بارز این کتاب

تمرین‌های مفهومی:

مهم‌ترین وسیله پرورش درک مفهومی، توسط تمریناتی است که تخصیص داده‌ام. بدین منظور، انواع گوناگونی از تمرینات را ارائه کرده‌ام. برخی از تمرینات به شکلی دسته‌بندی شده‌اند که با درخواست توضیح معنای مفاهیم اصلی بخش شروع می‌شوند. (برای نمونه، چند تمرین اول بخش‌های ۱-۵، ۱-۸، ۱-۲، ۱۱-۲، ۱۴-۲، ۱۴-۳ را ملاحظه کنید). به همین نحو، تمام بخش‌های مروری با یک بررسی مفهومی و یک آزمون درست یا نادرست آغاز می‌شوند. نوع دیگری از تمرین‌ها با استفاده از توصیف کلامی، درک مفهومی را می‌آزماید (تمرین‌های ۱-۱۰، ۱-۸، ۲-۶۴، ۲-۵۸، ۳-۵۷ و ۷-۸-۶۷ را ملاحظه کنید).

مجموعه تمرین‌های طبقه‌بندی شده:

هر مجموعه از تمرین‌ها با دقت طبقه‌بندی شده‌اند. سطح تمرین‌ها از تمرین‌های مفهومی پایه و مسائل گسترش‌دهنده مهارت شروع و تا مسائل چالشی شامل کاربردها و اثبات‌ها ادامه می‌یابد.

■ داده‌های دنیای واقعی:

من و همکارانم برای معرفی، ایجاد انگیزه و بررسی مفاهیم حساب دیفرانسیل و انتگرال وقت زیادی را صرف مطالعه در کتابخانه‌ها، تماس با شرکت‌ها و ارگان‌های دولتی و جستجوی اینترنتی برای یافتن داده‌های دنیای واقعی کردیم. در نتیجه، بسیاری از مثال‌ها و تمرین‌ها با توابع تعریف شده به وسیله چنین داده‌های عددی یا نمودارها، سروکار دارند. به عنوان نمونه، شکل ۱ در بخش ۱-۱ (منحنی‌های لرزه‌نگار از زمین لرزه نورث ریج)، تمرین ۲۳-۲ (میزان بیکاری)، تمرین ۱۶-۱-۴ (سرعت شاتل فضایی) و شکل ۴ در بخش ۴-۴ (مصرف برق سانفرانسیسکو) را ملاحظه کنید. توابع دو متغیره به وسیله جدولی از مقادیر شاخص سردی باد (wind-chill) به صورت تابعی از دمای هوا و سرعت باد مورد بررسی قرار گرفته‌اند (مثال ۱۴-۱-۲). مشتقات جزئی در بخش ۳-۱۴ از طریق آزمون ستونی در جدول مقادیر شاخص حرارت (گرفته شده از دمای هوا) به صورت تابعی از دمای واقعی و رطوبت نسبی معرفی شده‌اند. به این مثال در ارتباط با تقریب‌های خطی (مثال ۴-۴-۱۴) بیشتر پرداخته شده است. مشتقات سویی در بخش ۶-۱۴ با استفاده از نقشه کانتوری دما برای برآورد میزان دما در ایالت رنو معرفی شده‌اند. انتگرال‌های دوگانه برای برآورد بارش متوسط در کلرادو در روزهای ۲۰ و ۲۱ دسامبر ۲۰۰۶ (مثال ۹-۱-۱۵) مورد استفاده قرار گرفته‌اند. میدان‌های برداری در بخش ۱-۱۶ با نمایش میدان‌های برداری سرعت واقعی الگوهای باد در خلیج سانفرانسیسکو معرفی شده‌اند.

■ پروژه‌ها:

یک راه دعوت دانشجویان به مشارکت و فعال ساختن آنها، وا داشتن آنها (شاید به صورت گروهی) به کارکردن روی پروژه‌های ادامه‌داری است که وقتی به اتمام می‌رسند، حس موفقیت قابل توجهی به آنها می‌دهند. من چهار نوع پروژه را در کتاب گنجانده‌ام: ۱- پروژه‌هایی که شامل کاربردهایی است که به منظور برانگیختن قوه تخیل دانشجویان طراحی شده‌اند. پروژه‌ای پس از بخش ۳-۹ از دانشجویان سوال می‌کند: توپی که به بالا پرتاب می‌شود برای رسیدن به حداکثر ارتفاع خود زمان بیشتری صرف می‌کند یا برای برگشتن به ارتفاع اولیه خود (پاسخ این سوال نباید شما را شگفت زده کند). پروژه‌ای پس از بخش ۸-۱۴ با استفاده از ضرایب لاگرانژ، جرم سه مرحله پرتاب یک موشک را تعیین می‌کند و به نحوی کل جرم را مینیمم می‌سازد که موشک بتواند به سرعت دلخواه خود برسد. ۲- پروژه‌هایی که شامل فناوری، از جمله نمونه‌ای در انتهای بخش ۲-۱۰ که نشان می‌دهد چگونه با استفاده از منحنی بزو، اشکالی را می‌توان طراحی کرد که حروف یک پرینتر لیزری را نمایش دهد.

۳- پروژه‌هایی که از دانشجویان می‌خواهد روش‌های امروزی را با روش‌های بنیان‌گذاران حساب دیفرانسیل و انتگرال، مثلاً روش فرما برای تعیین مماس‌ها، مقایسه کند. مراجع پیشنهادی ارائه شده‌اند. ۴- پروژه‌هایی که نتایج را که بعداً مورد بحث قرار می‌گیرند پیشاپیش مطرح می‌کنند یا اکتشاف از طریق تشخیص الگو را ترغیب می‌کنند (نمونه‌ای را در بخش ۶-۷ ملاحظه کنید). سایر پروژه‌ها، نگرش هندسی را کشف می‌کنند. چهار وجهی‌ها (انتهای بخش ۴-۱۲)، ابرکره‌ها (انتهای بخش ۶-۱۵)، و نقاط تقاطع سه استوانه (انتهای بخش ۷-۱۵) از این جمله هستند. پروژه‌های دیگری را هم می‌توان در کتاب «راهنمای اساتید» یافت. (به عنوان نمونه تمرین گروهی ۱-۴ را ملاحظه کنید Position from Samples).

■ حل مسئله:

دانشجویان معمولاً در یافتن پاسخ مسائلی که روند کاملاً تعریف شده‌ای ندارند دچار مشکل می‌شوند. فکر کنم، هیچ کس به استراتژی ۴ مرحله‌ای حل مسئله جرج پولیا چیز جدیدی اضافه نکرده باشد. من متعاقباً یک نسخه از اصول حل مسئله او را در پایان فصل ۱ گنجانده‌ام. این اصول به طور ضمنی و صریح در کل کتاب به کار رفته‌اند. پس از پایان هر فصل، بخش‌هایی به عنوان مسائل اضافی افزوده شده که شامل مثال‌هایی از چگونگی حل مسائل چالش برانگیز حساب دیفرانسیل و انتگرال است. در انتخاب مسائل گوناگون این بخش توصیه زیر را از دیوید هیلبرت به خاطر سپردم «یک مسئله ریاضی باید به قدری دشوار باشد که ما را به حل آن ترغیب کند ولی نه آنقدر غیرقابل دسترسی که تلاش و زحمت ما را به سخره گیرد.» وقتی این مسائل چالشی را در تکالیف و آزمون‌ها منظور می‌کنم، امتیاز خاصی هم برای آنها در نظر می‌گیرم. در این مورد، برای دانشجویانی که در حل مسئله ایده‌ای را مطرح کرده و یا تشخیص می‌دهند که کدام اصول حل مسئله، شامل مسئله مورد نظر است، امتیاز ویژه‌ای قائل می‌شوم.