

حساب دیفرانسیل و انتگرال

(ویرایش هفتم)

جلد اول (قسمت دوم)

Based on the original work by

Robert A. Adams

University of British Columbia

Christopher Essex

University of Western Ontario

SEVENTH EDITION

ترجمه

فرزین حاجی جمشیدی، هوشمند سردار
محمد علی اسلامی خوزانی، مهرداد آزادی

سرشناسه	: آدامز، رابرت الکساندر، ۱۹۴۰-م.
عنوان و نام پدیدآور	: Adams, R.A (Robert Alexander) حساب دیفرانسیل و انتگرال / تألیف رابرت ا. آدامز، کریستوفر اسکس؛ ترجمه فرزین حاجی جمشیدی ... او دیگران].
مشخصات نشر	: تهران: صفار، ۱۳۹۱-
مشخصات ظاهری	: ۳ ج: مصور، جدول، نمودار.
شابک	: دوره: ۲: 978-964-388-381-2 ج. ۱، ق. ۱: 978-964-388-378-2 ج. ۱، ق. ۲: 978-964-388-379-9 ج. ۲: 978-964-388-380-5 ج. ۲
وضعیت فهرست نویسی	: فیبا
یادداشت	: عنوان اصلی: Calculus: a complete course, 7 th ed, c2010
یادداشت	: مترجمان: فرزین حاجی جمشیدی، هوشمند سردار، محمد علی اسلامی خوزانی، مهرداد آزادی.
موضوع	: حساب دیفرانسیل
موضوع	: حساب انتگرال
شناسه افزوده	: اسکس، کریستوفر
شناسه افزوده	: Essex, Christopher
شناسه افزوده	: حاجی جمشیدی، فرزین، ۱۳۳۲- مترجم
رده بندی کنگره	: پ ۱۳۹۱ ح ۵/۳۶: QA۳۰۳
رده بندی دیویی	: ۵۱۵
شماره کتابشناسی ملی	: ۳۰۴۲۱۷۲

فهرست نویسی پیش از انتشار: انتشارات صفار



نام کتاب	: حساب دیفرانسیل و انتگرال - ویرایش هفتم، ۲۰۱۰ (جلد اول - قسمت دوم)
مؤلفین	: رابرت ا. آدامز - کریستوفر اسکس
مترجمین	: فرزین حاجی جمشیدی - هوشمند سردار - محمد علی اسلامی خوزانی - مهرداد آزادی
ویراستار علمی	: شهراد رستگار - سیروس قادری
طرح جلد	: فرهاد کمالی
حروفچینی	: معرفت
لیتوگرافی	: گنج شایگان ① ۵۵۴۰۲۱۸۴
چاپ متن	: گنج شایگان ① ۵۵۴۰۳۴۷۸
شمارگان	: ۱۱۰۰ نسخه
قیمت	: ۳/۴۰۰/۰۰۰ ریال
نوبت چاپ	: چهارم - پاییز ۱۴۰۲
ناشر	: انتشارات صفار
مرکز پخش	: خیابان انقلاب - روبروی دبیرخانه دانشگاه تهران - بازارچه کتاب - طبقه زیرین انتشارات اشراقی ① ۶۶۴۰۸۴۸۷ تلفن: ۶۶۹۷۰۹۹۲ پخش کتاب بینش ① ۶۶۴۹۶۲۹۹ کتابفروشی صفا ① ۶۶۹۷۸۸۴۶



۳۰۰۰۵۳۵۱

www.saffarpublishing.com	ISBN 978-964-388-379-9	شابک: ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۸-۳۷۹-۹
www.Eshraghipub.com	ISBN 978-964-388-381-2	شابک دوره: ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۸-۳۸۱-۲
Email: saffar_publishing@yahoo.com		

این اثر، مشمول قانون حمایت مؤلفان و مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است، هرکس تمام یا قسمتی از این اثر را بدون اجازه مؤلف (ناشر) نشر، یا پخش یا عرضه کند مورد پیگرد قانونی قرار خواهد گرفت.

مدیریت واحد تولید انتشارات صفار: ۰۹۱۲-۱۰۷۳۰۰۳

فهرست مطالب

مقدمه

حساب دیفرانسیل و انتگرال چیست؟
خطاب به دانشجوی

جلد اول (قسمت اول)

۱۵	P پیش نیازها
۱۵	P.۱ اعداد حقیقی و محور حقیقی
۱۷	فاصله‌ها
۱۹	قدر مطلق
۱۹	معادلات و نامساوی‌های شامل قدر مطلق
۲۱	P.۲ مختصات کارتزین در صفحه
۲۲	مقیاس محورها
۲۳	نموها و فاصله‌ها
۲۳	نمودارها
۲۵	معادلات خطوط
۲۷	P.۳ نمودارهای معادلات درجه دوم
۲۷	دایره‌ها و دیسک‌ها (قرص‌ها)
۲۹	معادلات سهمی‌ها
۳۰	خاصیت بازتابی سهمی‌ها
۳۰	تغییر مقیاس نمودارها
۳۱	انتقال نمودارها
۳۲	بیضی‌ها و هذلولی‌ها
۳۴	P.۴ توابع و نمودارهای آنها
۳۵	قراردادی برای دامنه
۳۶	نمودار توابع
۳۸	توابع زوج و فرد، تقارن و انعکاس
۳۹	تقارن نسبت به خطوط راست
۴۰	تعریف و رسم نمودارها با استفاده از نرم‌افزار Maple
۴۳	P.۵ استفاده از ترکیب توابع برای ایجاد توابع جدید
۴۳	مجموع، تفاضل، ضرب، خارج قسمت
۴۴	تابع مرکب
۴۵	توابع قطعه به قطعه تعریف شده
۴۸	P.۶ چندجمله‌ای‌ها و توابع گویا
۴۹	ریشه‌ها، صفرها و عامل‌ها
۵۱	ریشه‌ها و عامل‌های چندجمله‌ای‌های درجه دوم
۵۱	تجزیه‌های گوناگون
۵۳	P.۷ توابع مثلثاتی
۵۵	چند اتحاد مفید

۱۱۱	۲.۳ قواعد مشتق گیری	۵۵	برخی زوایای خاص
۱۱۲	مجموع و مضرب ثابت	۵۷	فرمول های مجموع
۱۱۳	قانون حاصلضرب	۵۸	سایر توابع مثلثاتی
۱۱۵	قاعده خارج قسمت	۵۹	محاسبات Maple
۱۱۷	۲.۴ قاعده زنجیره ای	۶۰	مروری بر مثلثات
۱۱۹	بدست آوردن مشتق به وسیله Maple		
۱۲۰	ساختار قاعده زنجیره ای در فرمول های مشتق گیری		
۱۲۰	اثبات قاعده زنجیره ای (قضیه ۶)		
۱۲۲	۲.۵ مشتق توابع مثلثاتی		
۱۲۲	چند حد خاص		
۱۲۳	مشتق های سینوس و کسینوس		
۱۲۵	مشتق سایر توابع مثلثاتی		
۱۲۷	۲.۶ مشتق های مراتب بالاتر		
۱۳۰	۲.۷ کاربردهای دیفرانسیل و مشتق		
۱۳۰	تقریب تغییرات کوچک		
۱۳۱	میزان (نرخ) تغییر میانگین و لحظه ای		
۱۳۲	حساسیت به تغییر		
۱۳۳	مشتق در علم اقتصاد		
۱۳۵	۲.۸ قضیه مقدار میانگین		
۱۳۷	توابع صعودی و نزولی		
۱۳۹	تاثیر قضیه مقدار میانگین		
۱۴۱	۲.۹ مشتق گیری ضمنی		
۱۴۴	مشتق های مراتب بالاتر		
۱۴۴	قاعده توانی		
۱۴۶	۲.۱۰ پاد مشتق و مسائل مقدار اولیه		
۱۴۶	پاد مشتق		
۱۴۶	انتگرال نامعین		
۱۴۸	معادلات دیفرانسیل و مسائل مقدار اولیه		
۱۵۱	۲.۱۱ سرعت و شتاب		
۱۵۱	سرعت و تندی		
۱۵۲	شتاب		
۱۵۳	سقوط تحت تأثیر جاذبه		
۱۵۶	مرور فصل		
۱۶۱	فصل سوم: توابع متعالی		
۱۶۱	۳.۱ توابع وارون		
۱۶۴	وارون سازی توابعی که یک به یک نیستند		
۱۶۴	مشتق توابع وارون		
۵۵		۶۵	فصل اول: حد و پیوستگی
۵۷		۶۵	۱.۱ مثال هایی از سرعت، آهنگ رشد و مساحت
۵۸		۶۷	سرعت متوسط و سرعت لحظه ای
۵۹		۶۷	رشد کشت جلبک
۶۰		۶۷	مساحت دایره
		۶۹	۱.۲ حد توابع
		۷۲	حدود یکطرفه
		۷۳	قواعد محاسبه حدود
		۷۴	قضیه فشردگی
		۷۷	۱.۳ حدود نامتناهی و حد در بی نهایت
		۷۷	حدود در بی نهایت
		۷۸	حدود در بی نهایت برای توابع گویا
		۷۹	حدود نامتناهی
		۸۱	استفاده از Maple در محاسبه حدود
		۸۳	۱.۴ پیوستگی
		۸۳	پیوستگی در نقطه
		۸۴	پیوستگی روی یک فاصله
		۸۵	تعداد زیادی توابع پیوسته وجود دارند
		۸۵	توسیع پیوستگی و ناپیوستگی رفع شدنی
		۸۶	توابع پیوسته روی فاصله های متناهی بسته
		۸۷	یافتن نموداری ماکزیمم و می نیمم
		۸۸	یافتن ریشه های معادلات
		۹۱	۱.۵ تعریف رسمی حد
		۹۳	استفاده از تعریف حد برای اثبات قضایا
		۹۵	تمرینات دوره ای
		۹۹	فصل دوم: مشتق گیری
		۹۹	۲.۱ خطوط مماس و شیب آن ها
		۱۰۲	خطوط قائم
		۱۰۴	۲.۲ مشتق
		۱۰۵	چند مشتق مهم
		۱۰۷	نماد لایب نیتس
		۱۰۸	دیفرانسیل
		۱۰۹	مشتق خاصیت مقدار میانی دارد

۲۳۷	۴.۶ رسم نمودار یک تابع	۱۶۶	۳.۲ توابع نمایی و لگاریتمی
۲۳۸	مجانپ‌ها	۱۶۶	توابع نمایی
۲۴۰	مثال‌هایی از رسم منحنی	۱۶۸	لگاریتم‌ها
۲۴۴	۴.۷ ترسیم با کامپیوتر	۱۷۰	۳.۳ لگاریتم طبیعی و تابع نمایی
۲۴۵	هیولاهای عددی و ترسیمات کامپیوتری	۱۷۰	لگاریتم طبیعی
۲۴۶	نمایش ممیز - شناور و اعداد در کامپیوتر	۱۷۲	تابع نمایی
۲۴۷	ماشین اِپسِلِن و تأثیر آن بر شکل ۴.۴۵	۱۷۵	مشتق‌گیری لگاریتمی
۲۴۸	تعیین ماشین اِپسِلِن	۱۷۸	۳.۴ رشد و زوال
۲۴۹	۴.۸ مسائل مقدار اکسترمم	۱۷۸	رشد توابع نمایی و لگاریتمی
۲۵۱	فرآیند حل مسائل مقدار اکسترمم	۱۷۹	مدل‌های رشد و کاهش نمایی
۲۵۸	۴.۹ تقریب‌های خطی	۱۸۲	رشد لجستیک (Logistic)
۲۵۸	مقادیر تقریبی توابع	۱۸۵	۳.۵ وارون توابع مثلثاتی
۲۵۹	آنالیز خطا	۱۸۵	تابع وارون سینوس (یا آرک سینوس)
۲۶۲	۴.۱۰ چندجمله‌ای‌های تیلور	۱۸۸	تابع وارون تانژانت (یا آرک تانژانت)
۲۶۴	فرمول تیلور	۱۸۹	وارون سایر توابع مثلثاتی
۲۶۵	علامت A بزرگ (O بزرگ)	۱۹۳	۳.۶ توابع هذلولوی
۲۶۷	محاسبه حد فرم‌های نامعین (مبهم)	۱۹۵	وارون توابع هذلولوی
۲۶۹	۴.۱۱ خطای گرد کردن، خطای برشی، و کامپیوتر	۱۹۶	۳.۷ معادلات دیفرانسیل خطی مرتبه دوم با ضرایب ثابت
۲۶۹	چندجمله‌ای‌های تیلور در Maple	۱۹۷	دستور حل
۲۷۱	خطای گرد کردن پایدار	۲۰۰	حرکت هارمونیک ساده
۲۷۱	برش، گرد کردن و کامپیوتر جبری	۲۰۰	حرکت هارمونیک میرا
۲۷۲	دوره فصل	۲۰۳	مرور فصل
۲۷۹	فصل پنجم: انتگرال‌گیری		
۲۷۹	۵.۱ حاصل جمع‌ها و نماد سیگما	۲۰۷	فصل چهارم: کاربردهای بیشتری از مشتق
۲۸۴	۵.۲ مساحت به صورت حد مجموع	۲۰۸	۴.۱ میزان‌های مرتبط (وابسته)
۲۸۴	مسئله اساسی مساحت	۲۰۸	روش‌های حل مربوط به مسائل میزان‌های مرتبط
۲۸۵	محاسبه بعضی مساحت‌ها	۲۱۳	۴.۲ بدست آوردن ریشه‌های معادلات
۲۸۸	۵.۳ انتگرال معین	۲۱۴	نگاشت گسسته و تکرار نقطه ثابت
۲۸۸	افرازاها و مجموع‌های ریمان	۲۱۶	روش نیوتن
۲۸۹	مجموع بالایی و پایینی ریمان	۲۱۹	«حل» به طور عادی
۲۹۱	مجموع‌های ریمان در حالت کلی	۲۲۱	۴.۳ فرم‌های نامعین (شکل‌های مبهم)
۲۹۳	۵.۴ ویژگی‌های انتگرال معین	۲۲۲	«قواعد هویتهال»
۲۹۵	قضیه مقدار میانگین برای انتگرال‌ها	۲۲۶	۴.۴ مقادیر اکسترمم
۲۹۶	انتگرال‌های معین توابع قطعه قطعه پیوسته	۲۲۶	مقادیر ماکزیمم و مینیمم
۲۹۸	۵.۵ قضیه اساسی حساب دیفرانسیل و انتگرال	۲۲۷	نقاط بحرانی، نقاط منفرد، و نقاط انتهایی
۳۰۳	۵.۶ روش جانشانی	۲۲۷	بدست آوردن مقادیر اکسترمم‌های مطلق
۳۰۳	برخی انتگرال‌های مقدماتی	۲۲۸	آزمون مشتق اول
۳۱۰	۵.۷ مساحت نواحی مسطح	۲۲۹	توابعی که بر بازه‌های متناهی بسته تعریف نمی‌شوند
۳۱۰	مساحت بین دو منحنی	۲۳۲	۴.۵ گودی و نقاط عطف
۳۱۴	مرور فصل	۲۳۵	آزمون مشتق دوم

خطاب به دانشجو

آیا حساب دیفرانسیل و انتگرال درس مشکلی است؟ نه، نه واقعاً. پس چرا برای برخی دانشجویان، به خصوص در ابتدای کار، اینگونه بنظر می‌رسد؟ دلیل آن ایده‌ها و تکنیک‌های جدیدی است که معرفی می‌شوند. دلیل دیگر آن این است که موفقیت در یادگیری حساب دیفرانسیل و انتگرال به اطلاعات ریاضی قبلی شما (جبر، هندسه و مثلثات) وابسته است.

شما می‌توانید در صورت نیاز این مباحث پیش دانشگاهی را در فصل P (پیش‌نیازها) مطالعه کنید. حتی اگر استاد شما در کلاس به آن نپردازد.

یادگیری حساب دیفرانسیل و انتگرال ابزارهایی بسیار مفید برای تجزیه و تحلیل مسایل در بسیاری زمینه‌ها به خصوص مباحث علمی فراهم می‌سازد. آموختن این ابزارها بسیار مفید است ولی شبیه هر مهارت مفید دیگری یادگیری آنها تلاش بسیاری را از جانب شما طلب می‌کند. هیچ کتاب یا استادی جایگزین تلاش شما نیست.

این کتاب به نحوی تدوین شده که یادگیری را تا حد امکان ساده کند اما نه به بهای «جاروب کردن مشکلات به زیر فرش». فهم و درک برخی مفاهیم وقتی برای اولین بار بازگو می‌شوند می‌تواند مشکل باشد. اگر اینطور است، آن مطلب را دوباره و به آهستگی بخوانید. اگر لازم شد چندین بار، در مورد آن فکر کنید. سئوالات خود را یادداشت کرده و از همکلاسی و یا استاد خود سوال کنید. قانع و جایز نیست. لازم است که هر چه زودتر مشکلات خود را حل کنید. اگر مباحث امروز را نفهمید، در آینده نیز روش استفاده از آن را نخواهید فهمید. ریاضیات دارای یک انضباط حقیقی است که هر ایده جدیدی بر روی ایده قبلی بنا می‌شود. درک مباحث بعدی به درک مباحث قبلی وابسته است.

انجام تمرینات بهترین روش تعمیق درک شما از حساب دیفرانسیل و انتگرال و اطمینان از فهم درس توسط شماست. این تا حدی شبیه تمرین با یک آلت موسیقی است. هر کسی با تمرین پیشرفت خواهد کرد. کتاب شامل تعداد بسیاری تمرین است و انتظار نمی‌رود که شما همه آنها را حل کنید. برخی از آنها تمریناتی است که به شما کمک می‌کنند مهارت‌های محاسباتی خود را بهبود بخشید. مهمتر از این تمرینات، مسائلی است که مهارت‌های استدلالی شما و توانایی شما را در کاربرد تکنیک‌هایی که فرا گرفته‌اید بهبود می‌بخشد. برخی اوقات راه شما برای حل یک تمرین شامل چندین گام مختلف خواهد بود. بقیه تمرینات برای گسترش نظریات مطرح شده در کتاب و برای گسترش و تعمیق درک شما از مفاهیم حساب دیفرانسیل و انتگرال طراحی شده‌اند.

تمرینات از نظر سختی بسیار متفاوتند. معمولاً تمرینات مشکل‌تر در آخرین مجموعه تمرینات ارائه می‌شوند، اما همیشه اینطور نیست زیرا تمرینات در یک موضوع خاص معمولاً در یک گروه گردآوری شده‌اند. برخی تمرینات در یک مجموعه عادی با علامت  مشخص شده‌اند. این نماد نشان می‌دهد که این تمرین کمی مشکل‌تر است و یا جنبه تنویر آن بیشتر از سایر جنبه‌های آن است. تنویر بودن یک تمرین ضرورتاً به معنی مشکل‌تر بودن آن نیست و برخی اوقات این تمرینات می‌توانند بسیار ساده باشند. اکثر تمرینات چالشی که در بخش تمرینات مروری در انتهای فصل‌ها ارائه شده‌اند جزو تمرینات مشکل هستند.

اگر نتوانستید کلیه تمرینات را حل کنید دلسرد نشوید. در واقع، برخی تمرینات بسیار دشوارند و فقط تعداد محدودی دانشجوی تبحر قادر به حل آنها هستند. در هر حال شما

باید بتوانید اکثر تمرینات را انجام دهید. انجام برخی از آنها کوشش بیشتری را طلب می‌کند. اگر در حل یک مسئله به مشکل برخوردید به صورت زیر عمل کنید:

- مسئله را بارها و بارها بخوانید تا درک درستی از اطلاعاتی که به شما داده شده است داشته باشید. از خود سؤال کنید که مسئله از شما می‌خواهد چه چیزی را بیابید و یا انجام دهید.

- در صورت امکان نموداری که رابطه بین کمیت‌ها را نشان می‌دهد رسم کنید.
- در صورت ضرورت نمادهای جانشین برای کمیات مسئله معرفی کنید. از حروف مناسب استفاده کنید (مثلاً V برای حجم $Volume$ ، t برای زمان $time$). فکر نکنید که همیشه باید از x و y استفاده کنید.

- طرحی برای حل مسئله طراحی کنید. این معمولاً مشکل‌ترین بخش کار است. به دنبال رابطه‌های معلوم باشید. سعی کنید طرح را درک کنید، به مثال‌های حل شده بخش‌های قبلی مرتبط با مسئله خود مراجعه کنید.

تلاش کنید ارتباط‌های منطقی ممکن بین این مسئله و مسائلی که قبلاً دیده‌اید را بیابید. آیا می‌توان با افزودن چند فرض جدید مسئله را ساده‌تر کرد؟ اگر بتوانید شکل ساده‌تر را حل کنید احتمالاً آن به شما کمک خواهد کرد که چگونگی حل مسئله اصلی را بیابید. آیا می‌توان مسئله را به چند مسئله جدید تفکیک کرد که هر یک مسئله ساده‌تری برای بحث باشد؟

وقتی یک مثال را در کتاب مطالعه می‌کنید به روش حل مثال توجه کنید، این روش می‌تواند احتمالاً برای حل سایر مسائل مفید باشد.

- سعی کنید گام‌های طرح خود را بسنجید. اگر با یک یا چند گام از طرح مشکل دارید، می‌توانید از طرح دیگری استفاده کنید.

- اگر جواب یک مسئله را تعیین کردید، همیشه از خود سؤال کنید که آیا جواب منطقی است، اگر نیست، اشکال کار در کجاست؟

حل اکثر تمرین‌های فرد در انتهای کتاب ضمیمه شده است. استثنائات تمریناتی هستند که دارای جواب کوتاهی نیستند، مانند «ثابت کنید...» یا «نشان دهید...» تمریناتی که جواب آنها عملاً کل حل آن‌ها است.

علاوه بر علامت  که به معنی تئوریک یا مشکل‌تر بودن یک تمرین است، از نمادهای زیر برای مشخص کردن انواع خاصی از تمرینات استفاده شده است.

 تمریناتی که به معادلات دیفرانسیل و مسائل مقدار اولیه مربوط می‌شوند (این علامت در تمرینات بخش‌هایی که تماماً به معادلات دیفرانسیل می‌پردازند درج نشده است).

 تمرینات که مستلزم استفاده از ماشین حساب هستند. در این تمرینات اغلب به یک ماشین حساب علمی و برای برخی به یک ماشین حساب قابل برنامه‌ریزی نیاز است.

 تمریناتی که مستلزم استفاده از یک ماشین حساب رسام یا رایانه‌ای با یک نرم‌افزار رسام است.

 تمریناتی که مستلزم استفاده از رایانه است. به طور عادی رایانه‌هایی که شامل یک نرم‌افزار ریاضی (مانند Maple یا Mathematica) است.