

مبانی  
مکانیک محیط‌های پیوسته

تألیف: دکتر امید رضا بارانی



شماره ۵۳۰

سرشناسه: بارانی، امیدرضا - ۱۳۵۶

عنوان و نام پدیدآور: مبانی مکانیک محیط‌های پیوسته/تألیف امیدرضا بارانی.

مشخصات نشر: تهران: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، انتشارات، ۱۴۰۱.

فروخت: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی؛ ۵۳۰.

مشخصات ظاهری: ۳۳۹ ص.: نمودار.

شابک: 978-622-5234-14-7

وضعیت فهرست نویسی: فیپا.

یادداشت: واژه‌نامه.

یادداشت: نمایه.

موضوع: مکانیک پیوستار—راهنمای آموزشی (عالی)/ (Higher)

موضوع: مکانیک پیوستار—مسائل تمرین‌ها و غیره (عالی)/ exercieses, etc. (Higher)

ردیبندی کنگره: Q80.8/2

ردیبندی دیوبی: ۵۳۱/۰۷۶

شماره کتابشناسی ملی: ۹۱۳۷۰۶۵

[press.kntu.ac.ir](http://press.kntu.ac.ir)



ناشر: دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

عنوان: مبانی مکانیک محیط‌های پیوسته

مؤلف: دکتر امیدرضا بارانی

نوبت چاپ: اول

تاریخ انتشار: اسفند ۱۴۰۱

شمارگان: ۲۰۰ جلد

چاپ: نقش‌آفرین

صحافی: گرانمای

قیمت: ۱۵۵,۰۰۰ تومان

تمام حقوق برای ناشر محفوظ است

خیابان میرداماد غربی - ۴۷۰ - انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی - تلفن: ۸۸۸۸۱۰۵۲

میدان ونک - خیابان ولی‌عصر<sup>(۲۴)</sup> - بالاتر از چهارراه میرداماد - شماره ۲۶۲۶ - مرکز پخش و فروش انتشارات

تلفن: ۸۸۷۷۲۲۷۷ رایانه: [press@kntu.ac.ir](mailto:press@kntu.ac.ir) - تارنما (فروش برخط): [press.kntu.ac.ir](http://press.kntu.ac.ir)

# پیشگفتار

خدالوند منان را حمد و سپاس می‌گوییم و بر فرستاده‌اش حضرت محمد(ص) و خاندان پاکش درود می‌فرستم. هرچند دست و زبان را یارای شکری سزاوار ذات اقدسش نیست، بدین وسیله مراتب شکرگزاری خویش را بابت توفیقی که در نگارش این کتاب نصیب بnde فرمود اظهار می‌دارم.

مکانیک محیط‌های پیوسته، یکی از دروس اساسی دوره کارشناسی ارشد در رشته‌های نظریه مهندسی عمران و مهندسی مکانیک می‌باشد که در آن اصول علم مکانیک نیوتونی برای حل مسائل مهندسی تشریح می‌شود. فرآگیری این علم به کلیه دانشجویان مهندسی عمران و مکانیک و بهخصوص کسانی که قصد یادگیری روش‌های عددی را دارند توصیه و تأکید می‌گردد. هدف از نگارش این کتاب، تهیه مجموعه‌ای است که به طور جامع مبانی مکانیک محیط‌های پیوسته را شرح دهد و تا آنجا که امکان پذیر است، مثال‌های متنوعی را برای روش‌شنیدن مطلب و درک بهتر مفاهیم ارائه نماید. در این کتاب از رهنمودها و تأثیفات اساتید فن، جناب آقای دکتر محمد رحیمیان و جناب آقای دکتر محمد مهدی سعادتپور، برای بیان هرچه ساده‌تر مفاهیم استفاده شده است که در اینجا کمال سپاسگزاری از ایشان به عمل می‌آید. اگرچه در تهیه این کتاب حداقل تلاش برای جلب رضایت خوانندگان در انتقال مفاهیم به عمل آمده است، ولی نظرات اصلاحی کلیه اساتید و دانشجویان عزیز در هر زمان غنیمت شمرده شده و از آنان بابت یاری رساندن در هرچه بهتر نمودن این کتاب در چاپ‌های بعدی قدردانی می‌گردد.

ترتیب ارائه مطالب در این کتاب به صورت زیر است:

فصل اول جبر حاکم بر بردارها و تansورها برای بیان مناسب اصول مکانیک محیط‌های پیوسته شرح داده می‌شود. فصل دوم به مطالعه حرکت و تغییرشکل پرداخته و مفهوم کرنش در تغییرشکل‌های بزرگ تشریح می‌شود. در فصل سوم مفهوم تنش مورد بررسی قرار می‌گیرد. فصل چهارم قوانین بقا و اصول حاکم بر مکانیک محیط‌های پیوسته بیان می‌شوند. فصل پنجم چگونگی ارتباط تنش و کرنش را بازگو می‌کند. از آنجا که ارتباط تنش و کرنش در حالت الاستوپلاستیک از اهمیت زیادی برخوردار است، فصل ششم به تشریح آن اختصاص یافته است.

# فهرست مطالب

۱	فصل اول: بردار و تانسور
۱	۱-۱-۱- مقدمه
۲	۱-۲- جبر بردارها
۳	۱-۲-۱- بردار یکم
۴	۱-۲-۲- جمع بردارها
۵	۱-۲-۳- مؤلفه های یک بردار
۶	۱-۲-۴- نمایش اندیسی و قرار گردان حجم اندیسی
۷	۱-۲-۵- دلتای کرونکر
۸	۱-۲-۶- ضرب داخلی
۹	۱-۲-۷- ضرب خارجی (ضرب برداری)
۹	۱-۲-۸- نماد چرخشی
۱۰	۱-۲-۹- ضرب سه گانه اسکالر
۱۱	۱-۲-۱۰- اتحاد ۸
۱۳	۱-۲-۱۱- ضرب سه گانه برداری
۱۴	۱-۳-۱- تبدیل دستگاه مختصات
۱۷	۱-۳-۲- مختصات نقاط در دستگاه جدید
۱۹	۱-۳-۳- انتقال دستگاه مختصات
۱۹	۱-۴-۱- ماتریس ها
۱۹	۱-۴-۲- ضرب ماتریس ها
۲۰	۱-۴-۳- ترانهاده ماتریس
۲۰	۱-۴-۴- اثر ماتریس مربعی $3 \times 3$

۲۰	۱-۵-۱- تانسور
۲۱	۱-۵-۱- ویژگی‌های تانسور
۲۲	۱-۵-۱- مقادیر ویژه و بردارهای ویژه یک تانسور مرتبه دوم
۲۳	۱-۵-۱- بردار ویژه
۲۴	۱-۵-۱- مقادیر و بردارهای ویژه توان‌های یک تانسور
۲۴	۱-۵-۱- ماتریس مثبت معین
۲۴	۱-۵-۱- ضرب جفتی یا تانسوری
۲۶	۱-۵-۱- دستگاه اصلی
۲۷	۱-۵-۱- ضرب عددی دو تانسور
۲۸	۱-۵-۱- قضیه کیلی-همیلتون
۲۸	۱-۵-۱- تانسورهای مرتبه بالاتر
۲۹	۱-۵-۱- تانسورهای همسان
۳۰	۱-۶-۱- حساب بردارها
۳۰	۱-۶-۱- گرادیان
۳۰	۱-۶-۱- ۱- گرادیان میدان اسکالر
۳۲	۱-۶-۱- ۲- گرادیان میدان برداری
۳۳	۱-۶-۱- ۳- گرادیان میدان تانسوری
۳۳	۱-۶-۱- ۴- گرادیان تابع تانسوری با مقدار اسکالر
۳۴	۱-۶-۱- ۵- گرادیان تابع تانسوری با مقدار تانسور
۳۵	۱-۶-۱- ۶- دیورزانس
۳۶	۱-۶-۱- ۷- لاپلاسین
۳۶	۱-۶-۱- ۸- کرل میدان برداری
۳۷	۱-۷-۱- دستگاه مختصات منحنی الخط
۳۷	۱-۷-۱- دستگاه مختصات ایستوانهای
۴۱	۱-۷-۱- دستگاه مختصات کروی
۴۴	۱-۸-۱- تمرین‌های فصل اول
۴۶	۱-۹-۱- فهرست مراجع

## فصل دوم: تغییرشکل

### ۱-۳ - مقدمه

۴۷	۱-۱-۲ - سیستم مختصات لاغرانژی (مادی)
۴۷	۲-۱-۲ - سیستم مختصات اویلری (فضایی)
۵۰	۳-۱-۲ - انواع حرکت و خطوط جریان
۵۱	۲-۲-۲ - کرنش
۵۴	۱-۲-۲ - تغییر طول نسبی
۵۵	۲-۲-۲ - کرنش طولی گرین-لاغرانژ
۵۶	۳-۲-۲ - مؤلفه برشی کرنش
۵۹	۴-۲-۲ - مؤلفه برشی کرنش گرین-لاغرانژ
۶۲	۳-۲-۲ - بررسی تانسور کرنش گرین لاغرانژ از روابط اندیسی و برداری
۶۶	۱-۳-۲ - کرنش طولی گرین-لاغرانژ در راستای دلخواه
۶۸	۲-۳-۲ - زاویه بین دو استاد تغییرشکل یافته
۷۲	۴-۲ - تغییرات جزء حجمی فرمان تغییرشکل
۷۶	۴-۲-۱ - کرنش حجمی
۷۶	۵-۲ - تغییرات جزء سطح در اثر تغییرشکل
۸۱	۶-۲ - تانسور کرنش متوسط، تانسور کرنش انحراف آور
۸۱	۷-۲ - تفکیک گرادیان جابه جایی به دو جزء متقارن و پادمتقارن
۸۴	۸-۲ - تانسور نرخ تغییرشکل
۸۵	۹-۲ - ارتباط بین نرخ کرنش گرین - لاغرانژ و نرخ تغییرشکل
۸۷	۱۰-۲ - شرط همسازی کرنش ها
۹۱	۱۱-۲ - تجزیه قطبی تانسور گرادیان تغییرشکل
۹۷	۱۲-۲ - معیارهای دیگر کرنش در توصیف فضایی
۱۰۱	۱۳-۲ - مشتق ڈاکوبین نسبت به زمان
۱۰۳	۱۴-۲ - تمرین های فصل دوم
۱۰۶	۱۵-۲ - فهرست مراجع
۱۰۷	فصل سوم: نتش
۱۰۷	۱-۳ - مقدمه

۱۰۷	۲-۳-۲- بردار تنش
۱۰۹	۳-۳- قضیه کوشی
۱۰۹	۳-۳-۱- قانون عمل و عکس العمل نیوتون
۱۱۰	۳-۳-۱- قضیه کوشی
۱۱۴	۴-۳- تانسور تنش
۱۱۵	۴-۴-۱- تقارن تانسور تنش
۱۱۶	۴-۴-۲- مؤلفه عمودی و برشی بردار تنش
۱۱۷	۴-۴-۳- تنش‌های اصلی و محورهای اصلی تنش
۱۲۰	۴-۵-۱- مقادیر اکسترم تنش‌ها
۱۲۴	۴-۶- تنش روی صفحه اختیاری بر حسب تنش‌های اصلی
۱۲۵	۴-۶-۱- بیشینه تنش‌های برشی
۱۲۶	۷-۳- تنش انحراف‌آور
۱۳۱	۸-۳- تنش هشت‌وجهی
۱۳۳	۹-۳- تانسورهای تنش پایولا-کرشهف
۱۳۳	۹-۳-۱- اوئین تانسور تنش پایولا-کرشهف
۱۳۴	۹-۳-۲- دومین تانسور تنش پایولا-کرشهف
۱۳۸	۱۰-۳- تمرین‌های فصل سوم
۱۴۰	۱۱-۳- فهرست مراجع
۱۴۱	<b>فصل چهارم: قوانین بقا</b>
۱۴۱	۱-۴- مقدمه
۱۴۱	۲-۴- قضیه دیورزانس گاووس
۱۴۳	۳-۴- شارگذرنده از سطح
۱۴۴	۴-۴- قانون بقای جرم- معادلات پیوستگی
۱۴۴	۴-۴-۱- توصیف لاگرانژی قانون بقای جرم :
۱۴۴	۴-۴-۲- توصیف اویلری قانون بقای جرم
۱۴۷	۴-۵- بیان ساده معادلات حرکت و تعادل
۱۴۷	۴-۵-۱- معادله بقای اندازه حرکت در سیستم مختصات اویلری
۱۵۰	۴-۵-۲- معادله بقای اندازه حرکت در سیستم مختصات لاگرانژی