



# ریاضی مهندسی پیشرفته

www.ketab.ir

تألیف:

فرزین حاجی جمشیدی

لطف الله پور فرج

سروشانه	:	حاجی جمشیدی، فرزین، ۱۳۲۰ -
عنوان و نام پدیدآور	:	ریاضی مهندسی پیشرفته/تألیف فرزین حاج جمشیدی، لطف الله پورفرج.
مشخصات نشر	:	تهران : صفار، ۱۳۹۴ .
مشخصات ظاهري	:	۴۶۸ ص: مصور، جدول، نمودار.
شابک	:	978-964-388-502-1
وضعیت فهرست نویسی	:	فیا
یادداشت	:	کتابنامه.
موضوع	:	ریاضیات مهندسی
موضوع	:	معادله های دیفرانسیل
موضوع	:	ریاضیات مهندسی — مسائل، تمرین ها و غیره (عالی)
شناسه افزوده	:	پورفرج، لطف الله
رده بندی کنگره	:	TAT۳۳/۲۹۱۳۹۴
رده بندی دیوبنی	:	۶۰۰۰۱۵۱
شماره کتابشناسی ملی	:	۴۱۶۹۳۵۶

### فهرستنويسي پيش از انتشار: انتشارات صفار



نام کتاب : ریاضی مهندسی پیشرفته  
 نویسنده : فرزین حاجی جمشیدی، لطف الله پورفرج  
 حروفچینی : معرفت  
 طرح جلد : فرهاد کمالی  
 لیتوگرافی : گنج شایگان ① ۵۵۴۰۲۱۸۴  
 چاپخانه : گنج شایگان ① ۵۵۴۰۳۴۷۸  
 نوبت چاپ : دوم ۱۱۰ نسخه  
 شمارگان : ۳,۲۰۰,۰۰۰ ریال  
 قیمت : انتشارات صفار  
 ناشر : خیابان انقلاب- رویروی دیرخانه دانشگاه تهران- بازارچه کتاب- طبقه زیرین  
 مرکز پخش : خیابان انقلاب- رویروی دیرخانه دانشگاه تهران- بازارچه کتاب- طبقه زیرین  
 انتشارات اسراقی ① ۶۶۴۰۸۴۸۷ تلفن: ۶۶۹۷۰۹۹۲  
 پخش کتاب بیشن ① ۶۶۴۹۶۲۹۹  
 کتابفروشی صفا ① ۶۶۹۷۸۸۴۶

[www.saffarpublishing.ir](http://www.saffarpublishing.ir)

شابک : ۹۷۸-۹۶۴-۳۸۸-۵۰۲-۱

[www.Eshraghipub.com](http://www.Eshraghipub.com)

ISBN 978-964-388-502-1

Email: saffar\_publishing@yahoo.com

این اثر، مشمول قانون حمایت مؤلفان و مصنفان و هنرمندان مصوب ۱۳۴۸ است، هر کس تمام یا قسمی از این اثر را بدون اجازه مؤلف (ناشر) نشر، پخش یا عرضه کند مورد پیکرده قانونی قرار خواهد گرفت.

## فهرست مطالب

### بخش اول: توابع مختلط

#### ۱ اعداد مختلط

۱۵	۱-۱ معرفی اعداد مختلط
۱۶	۲-۱ شکل قطبی اعداد مختلط
۱۸	۳-۱ اعمال روی اعداد مختلط
۲۱	۴-۱ مزدوج یک عدد مختلط
۲۴	۵-۱ شکل‌های هندسی در صفحه مختلط
۲۵	۶-۱ توپولوژی صفحه مختلط
۲۶	۷-۱ صفحه توسعی یافته مختلط
۲۸	تمرینات
۳۲	جواب تمرینات

#### ۲ توابع مختلط، حد و پیوستگی، مشتق، توابع تحلیلی و خواص آنها، نگاشت‌های مختلط

۳۵	۱-۲ تابع مختلط - تعیین صفرهای یک تابع
۳۹	۲-۲ حدود و پیوستگی تابع مختلط
۴۱	۳-۲ مشتق تابع مختلط
۴۶	۴-۲ توابع تحلیلی
۴۹	۵-۲ نگاشت‌های مختلط
۵۳	تمرینات
۵۷	جواب تمرینات

#### ۳ آشنایی با توابع مختلط مقدماتی

۵۹	۱-۳ تابع نمایی
----	----------------

۶۰	۲-۲ توابع مثلثاتی .....
۶۲	۳-۲ توابع هذلولوی .....
۶۴	۴-۲ تابع لگاریتم .....
۶۵	۵-۲ تابع توانی .....
۶۶	۶-۲ تابع ریشه .....
۶۷	۷-۲ توابع معکوس مثلثاتی و هذلولوی .....
۷۱	تمرینات .....
۷۴	جواب تمرینات .....

#### ۴ انتگرالهای مختلط

۷۰	۱-۴ تعریف انتگرالهای مختلط .....
۷۶	۲-۴ روش کلی محاسبه .....
۷۷	۳-۴ قضیه کوشی و نتایج آن .....
۸۲	۴-۴ قضیه انتگرال کوشی و نتایج آن .....
۸۷	۴-۵ کران یک انتگرال .....
۸۹	تمرینات .....
۹۲	جواب تمرینات .....

#### ۵ دنباله‌ها و سری‌های مختلط، بسط تیلور و بسط لوران توابع

۹۵	۱-۵ دنباله‌های مختلط .....
۹۶	۲-۵ سری‌های عددی مختلط .....
۹۷	۳-۵ سری‌های توابع .....
۹۹	۴-۵ سری‌های توانی .....
۱۰۱	۵-۵ بسط تیلور توابع .....
۱۰۴	۶-۵ بسط لوران توابع .....
۱۰۹	۷-۵ محاسبه انتگرال با استفاده از بسط لوران توابع .....

۱۱۲ .....	تمرینات .....
۱۱۵ .....	جواب تمرینات .....

## ۶ نظریه حساب مانده‌ها

۱۱۷ .....	۱-۶ صفرهای توابع و مرتبه آنها .....
۱۱۹ .....	۲-۶ نقاط تکین توابع و انواع آنها .....
۱۲۲ .....	۳-۶ قضیه حساب مانده‌ها .....
۱۲۷ .....	۴-۶ کاربرد انتگرالهای مختلط در محاسبه انتگرالهای حقیقی .....
۱۳۹ .....	تمرینات .....
۱۴۳ .....	جواب تمرینات .....

## بخش دوم: معادلات دیفرانسیل معمولی

۱۵۰ .....	۱-۱ معادلات خطی مرتبه اول .....
۱۵۱ .....	۱-۲ معادلات خطی مرتبه دوم - روش تغییر پارامترها .....
۱۵۳ .....	۱-۲-۱ معادلات با ضرایب ثابت - روش ضرایب نامعین .....
۱۵۸ .....	۱-۲-۲ معادلات با ضرایب متغیر - معادله کوشی اویلر .....
۱۶۱ .....	تمرینات .....
۱۶۲ .....	جواب تمرینات .....

## ۲ حل معادلات به کمک سری‌ها

۱۶۳ .....	۱-۲ تعاریف و قضایای اولیه .....
۱۶۵ .....	۲-۲ معادله دیفرانسیل لواندر .....
۱۶۶ .....	۳-۲ معادله دیفرانسیل بسل .....
۱۷۰ .....	تمرینات .....
۱۷۳ .....	جواب تمرینات .....

### ۳ تبدیل لاپلاس

۱-۳ تعریف - تبدیل لاپلاس توابع مقداماتی ..... ۱۷۵
۲-۳ وارون تبدیل لاپلاس - تابع هویسايد ..... ۱۷۸
۳-۳ تبدیل لاپلاس مشتقات توابع ..... ۱۸۰
۴-۳ چند فضیله مهم در تبدیل لاپلاس - پیچش دو تابع ..... ۱۸۰
تمرینات ..... ۱۸۳
جواب تمرینات ..... ۱۸۴

### بخش سوم: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزیی

#### ۱ مسائل مقدار مرزی - روش جداسازی متغیرها

۱-۱ تعاریف اولیه - جواب عمومی ..... ۱۸۹
معادلات خطی مرتبه دوم و انواع آن ..... ۱۹۰
جواب عمومی معادلات خطی ..... ۱۹۱
۲-۱ تیجه گیری مسائل مقدار مرزی ..... ۱۹۲
۱-۱ معادله گرما ..... ۱۹۳
۲-۱ معادله موج ..... ۱۹۴
۳-۱ معادله پتانسیل ..... ۱۹۵
۴-۱ معادله پواسن ..... ۱۹۶
۱-۲ روش جداسازی متغیرها ..... ۱۹۷
تمرینات ..... ۲۰۲
جواب تمرینات ..... ۲۰۳

#### ۲ مسائل اشترم لیوویل - سری ها و انتگرال های فوریه

۱-۲ توابع متعامد ..... ۲۰۵
۲-۲ مسئله اشترم لیوویل و انواع آن ..... ۲۰۹
۳-۲ سری های فوریه سینوسی و کسینوسی ..... ۲۱۳

۱- مولد سری فوریه سینوسی	۲۱۳
۲- مولد سری فوریه کسینوسی	۲۱۶
۴-۲ مسئله اشترم لیوویل با شرایط تناوبی - سری های فوریه	۲۱۹
۵-۲ خواص و همگرایی سری های فوریه	۲۲۴
۷-۲ شکل مختلط سری های فوریه	۲۳۰
۶-۲ مسئله اشترم لیوویل منفرد - انتگرال های فوریه	۲۳۲
۱- مولد انتگرال فوریه	۲۳۳
۲- مولد انتگرال فوریه سینوسی	۲۳۶
۳- مولد انتگرال فوریه کسینوسی	۲۳۸
۷-۲ سایر مسائل اشترم لیوویل - سری های فوریه بدل، سری های فوریه لزاندرا	۲۳۹
مولد سری فوریه بدل	۲۴۰
مولد سری فوریه لزاندرا	۲۴۱
جدول مسائل اشترم لیوویل	۲۴۸
تمرینات	۲۴۹
جواب تمرینات	۲۵۷

### ۳ معادله گرما و موج یک بعدی - پتانسیل دو بعدی

۱-۳ مسئله انتقال گرما در طول یک میله نازک	۲۶۶
۲-۳ مسئله انتشار موج در طول یک نخ کشسان	۲۷۳
۳-۳ مسئله پتانسیل	۲۷۷
۱- معادله پتانسیل داخل مستطیل	۲۷۷
۲- معادله پتانسیل داخل دایره	۲۸۲
خلاصه روش جداسازی متغیرها	۲۸۸
تمرینات	۲۹۰
جواب تمرینات	۲۹۵

## ۴ تبدیلات در حل معادلات با مشتقهای جزئی

۳۰۲	۱- تبدیلات فوریه .....
۳۰۲	۱- تبدیل فوریه سینوسی .....
۳۰۷	۲- تبدیل فوریه کسینوسی .....
۳۱۱	۳- تبدیل فوریه .....
۳۱۵	۴- تعیین معکوس تبدیلات فوریه با استفاده از پیچش توابع .....
۳۱۷	۲-۴ تبدیل لاپلاس .....
۳۲۱	۳-۴ تبدیل ملین .....
۳۲۳	۴-۴ تبدیل های مختلط همدیس .....
۳۲۳	تمرینات .....
۳۳۶	چواب تمرینات .....

## ۵ معادلات گرما، موج و پتانسیل در ابعاد بالاتر

۳۳۹	۱-۵ معادلات گرما و موج داخل مستطیل .....
۳۴۰	تعمیم مسئله اشترم لیوویل در دو و سه بعد .....
۳۴۳	۱- معادله هلمهلتز داخل مستطیل .....
۳۴۵	۲- معادله هلمهلتز داخل دایره .....
۳۴۷	۲-۵ معادلات گرما و موج داخل دایره .....
۳۵۰	۳-۵ معادله پتانسیل داخل مکعب مستطیل .....
۳۵۱	۴-۵ معادله پتانسیل داخل استوانه .....
۳۵۴	۵-۵ معادله پتانسیل داخل کره .....
۳۵۶	۶-۵ معادلات گرما و موج سه بعدی .....
۳۵۷	۱- معادله هلمهلتز در مختصات دکارتی .....
۳۵۷	۲- معادله هلمهلتز در مختصات استوانه‌ای .....
۳۵۸	۳- معادله هلمهلتز در مختصات کروی .....
۳۶۰	تمرینات .....

## جواب تمرینات

۲۶۴

## بخش چهارم: حساب تغییرات

۲۷۱	۱- مقدمه
۲۷۱	۱- کوتاه‌ترین مسیر بین دو نقطه
۲۷۲	۲- مسیر نور در محیط‌های با ضریب شکست متغیر
۲۸۱	۳- نمو یا تغییر تابعک‌ها
۲۸۲	۴- معرفی $\delta$ و خواص آن
۲۸۶	۵- فرم‌های هم ارز معادله اویلر - لاگرانژ در حالت‌های خاص
۲۸۹	۶- رُنودزیک
۲۹۲	۷- تابعک وابسته به مشتقهای مراتب بالاتر
۲۹۵	۸- تابعک‌های وابسته به پیش‌ازیک تابع
۲۹۶	۹- تابعک‌های وابسته به توابع پیش‌ازیک متغیر
۲۹۹	۱۰- تابعک‌های مقید
۴۰۱	۱۱- روش‌های تقریبی حل مسائل تغییراتی
۴۱۳	تمرینات بخش چهارم
۴۱۶	جواب تمرینات

## بخش پنجم: حساب تانسور

۴۱۹	۱- مقدمه
۴۲۱	۲- نمادگذاری اندیسی
۴۲۲	۳- اندیس‌های ظاهری، دلتای کرونتکر
۴۲۴	۴- تبدیلات مختصات
۴۲۱	۵- تانسور
۴۲۱	۶- قوانین نمادگذاری تانسور
۴۲۷	۷- تانسور دکارتی مرتبه دوم

۴۳۸.....	۸-۵ مؤلفه‌های تانسور و بردار تبدیل شده در یک مبنای متعامد
۴۴۱.....	۹-۵ حاصل ضرب دوتایی دو بردار
۴۴۳.....	۱۰-۵ تانسورهای دکارتی
۴۴۹.....	۱۱-۵ ماتریس تبدیل برای دو دستگاه دکارتی متعامد
۴۵۴.....	۱۲-۵ مقادیر ویژه و بردارهای ویژه یک تانسور
۴۵۷.....	تمرینات دوره‌ای فصل پنجم

### جداول

۴۶۱.....	جداول تبدیلات فوریه و لاپلاس
۴۶۷.....	فهرست منابع