

# درون یابی و تقریب

تألیف:

فللیپ دیویس

ترجمه:

محمد مسجد جامعی

دانشیار گروه ریاضی کاربردی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

شماره ۴۳۹

سرشناسه: دیویس، فیلیپ ج. - م. Davis, Philip J.  
عنوان و نام پدیدآور: درون‌یابی و تقریب/تألیف فیلیپ دیویس؛ ترجمه محمد مسجدجامعی.  
مشخصات نشر: تهران: دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی، انتشارات، ۱۳۹۶.

مشخصات ظاهری: ۴۶۸ ص.

فروش: دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی؛ ۴۲۹.  
شابک: 978-600-7867-53-2.

وضعیت فهرست نویسی: فیبا

یادداشت: عنوان اصلی: Interpolation and approximation, 1963.

موضوع: نظریه تقریب / Approximation Theory /

موضوع: درون‌یابی / Interpolation

شناسه افزوده: مسجدجامعی، محمد، ۱۳۵۳-، مترجم

ردہ بندی کنگره: ۱۳۹۶ QA221/.D9۵۴

ردہ بندی دیویس: ۵۱۷/.۶

شماره کتابشناسی ملی: ۴۸۶۱۳۱۹

[www.press.kntu.ac.ir](http://www.press.kntu.ac.ir)

ناشر: دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی

عنوان: درون‌یابی و تقریب

تألیف: فیلیپ دیویس

ترجمه: دکتر محمد مسجدجامعی

نوبت چاپ: دوم

تاریخ انتشار: تیر ۱۳۹۹، تهران

شمارگان: ۲۰۰ نسخه

چاپ: پدیدزنگ

صحافی: گرانامی

ویراستار: گروه ویراستاری دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی

قیمت: ۷۵۰۰۰ تومان

(تمام حقوق برای ناشر محفوظ است)

خیابان میرداماد غربی - پلاک ۴۷۰ - انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیر الدین طوسی - تلفن: ۰۵۲ ۸۸۸۱۰۵۲  
میدان ونک - خیابان ولی عصر (ع) - بالاتر از چهارراه میرداماد - پلاک ۲۶۲۶ - مرکز پخش و فروش انتشارات

تلفن: ۸۸۷۷۲۲۷۷ رایانمه: [press@kntu.ac.ir](mailto:press@kntu.ac.ir) - تارنما (فروش آنلاین): [www.press.kntu.ac.ir](http://www.press.kntu.ac.ir)

# فهرست مطالب

۱	فهرست مطالب
۲	پیش‌گفتار
۳	تشکر و قدردانی
۴	۱ مقدمه
۵	۱.۱ دترمینان
۶	۲.۱ جواب دستگاه‌های خطی از معادلات
۷	۲.۱ فضاهای برداری خطی
۸	۴.۱ سلسله مراتب توابع
۹	۵.۱ توابع صدق کننده در شرط لیپشیتس
۱۰	۶.۱ توابع مشتق‌پذیر
۱۱	۷.۱ توابع بی‌نهایت بار مشتق‌پذیر
۱۲	۸.۱ توابع تحلیلی روى خط
۱۳	۹.۱ توابع تحلیلی در یک ناحیه
۱۴	۱۰.۱ توابع تام
۱۵	۱۱.۱ چندجمله‌ای‌ها
۱۶	۱۲.۱ تابعک‌های خطی و فضای مزدوج جبری
۱۷	۱۳.۱ چند نکته طبقه‌بندی شده
۱۸	۱۴.۱ مسائل
۲۵	۲ درون‌یابی
۲۶	۱.۱ درون‌یاب چندجمله‌ای
۲۷	۲.۱ مسائل کلی درون‌یابی متناهی

۳۹	دستگاه‌های دارای ویژگی درون‌بایی	۳.۲
۴۴	تک‌حلالی	۴.۲
۴۶	قضیه‌های نمایشی، فرمول لاگرانژ	۵.۲
۵۳	قضایای نمایش؛ فرمول نیوتن	۶.۲
۶۴	تفاضلات متواالی	۷.۲
۶۷	مسائل	۸.۲
۷۳	<b>۳ قضیه باقیمانده</b>	
۷۳	باقیمانده کشی برای درون‌بای چندجمله‌ای	۱.۳
۷۵	توابع محدب	۲.۳
۷۷	بهترین تخمین خطای حقیقی- چندجمله‌ای‌های چبیشف	۳.۳
۸۲	تفاضلات تقسیم شده نیوتن و مقادیر میانگین	۴.۳
۸۴	درون‌بایی در نقاط برابر	۵.۳
۸۵	توابع تحلیلی باقیمانده برای درون‌بای چندجمله‌ای	۶.۳
۸۸	قضیه پیانو و نتایج مربوط آن	۷.۳
۹۵	درون‌بایی در فضاهای خطی؛ قضیه باقیمانده کلی	۸.۳
۹۵	مسائل	۹.۳
۹۹	<b>۴ قضایای همگرایی برای فرایندهای درون‌بایی</b>	
۹۹	تقریب با استفاده از درون‌بایی	۱.۴
۱۰۰	طرح‌های درون‌بایی مثلثی	۲.۴
۱۰۳	یک قضیه همگرایی برای طرح‌های مثلثی کران‌دار	۳.۴
۱۰۴	لمنیسکات‌ها و درون‌بایی	۴.۴
۱۱۶	مسائل	۵.۴
۱۱۹	<b>۵ برخی مسائل از درون‌بایی نامتناهی</b>	
۱۱۹	مشخصه‌های این مسائل	۱.۵
۱۲۰	قضیه گوچارد	۲.۵
۱۲۱	رویکرد دوم؛ دستگاه‌های نامتناهی معادلات خطی با نامتناهی مجهول	۳.۵
۱۲۶	کاربردهای قضیه پولیا	۴.۵
۱۲۹	مسائل	۵.۵

## ۶ تقریب یکنواخت

۱۳۳	قضیه تقریب واپراشتراس	۱۶
۱۳۴	چندجمله‌ای‌های برنشتاین	۲۶
۱۳۸	تقریب همزمان توابع و مشتق‌های آن‌ها	۳۶
۱۴۶	تقریب به وسیله درون‌یابی: اثبات فیجر	۴۶
۱۴۹	درون‌یابی و تقریب همزمان	۵۶
۱۵۱	تعمیم قضیه واپراشتراس	۶۶
۱۵۶	مسائل	۷۶

## ۷ بهترین تقریب

۱۵۹		
۱۵۹	بهترین تقریب چیست؟	۱۷
۱۶۱	فضاهای خطی تُرمدار	۲۷
۱۶۷	مجموعه‌های محدب	۳۷
۱۷۰	مسئله اساسی تقریب خطی	۴۷
۱۷۴	یکنایی بهترین تقریب	۵۷
۱۸۱	بهترین تقریب یکنواخت (چیستی) توابع پیوسته	۶۷
۱۸۹	بهترین تقریب با استفاده از خانواده‌های غیرخطی	۷۷
۱۹۲	مسائل	۸۷

## ۸ تقریب کمترین مربعات

۱۹۷		
۱۹۷	فضاهای ضرب داخلی	۱۸
۲۰۱	هندسه زاویه برای فضاهای ضرب داخلی	۲۸
۲۰۳	دستگاه‌های متعامد	۳۸
۲۱۰	بسطهای فوریه (متعامد)	۴۸
۲۱۳	خواص کمینه بودن بسطهای فوریه	۵۸
۲۱۸	معادله‌های نرمال	۶۸
۲۲۰	دترمینان‌ها و ماتریس‌های گرام	۷۸
۲۲۸	خواص دیگر دترمینان گرام	۸۸
۲۳۲	بستار و نتایج آن	۹۸
۲۴۱	برخی از ویژگی‌های فضاهای ضرب داخلی کامل	۱۰۸
۲۴۴	مسائل	۱۱۸

۲۴۹	<b>۹ فضای هیلبرت</b>
۲۴۹	۱.۹ مقدمه . . . . .
۲۵۱	۲.۹ سه فضای هیلبرت . . . . .
۲۶۴	۳.۹ تابعک‌های خطی کران‌دار در فضاهای خطی نرم‌دار و در فضاهای هیلبرت . . . . .
۲۷۷	۴.۹ گوناگونی خطی و آنرصفحه‌ها: درون‌یابی و تقریب در فضای هیلبرت . . . . .
۲۸۶	۵.۹ مسائل . . . . .
۲۸۹	<b>۱۰ چندجمله‌ای‌های متاعمد</b>
۲۸۹	۱.۱۰ ویزگی‌های کلی چندجمله‌ای‌های متاعمد حقیقی . . . . .
۲۹۵	۲.۱۰ چندجمله‌ای‌های متاعمد مختلط . . . . .
۳۰۴	۳.۱۰ نظریه تابع و پرۀ چندجمله‌ای‌های راکوبی . . . . .
۳۱۲	۴.۱۰ مسائل . . . . .
۳۱۷	<b>۱۱ نظریه بستار و تامیت</b>
۳۱۷	۱.۱۱ قضیة اساسی بستار و تامیت . . . . .
۳۲۵	۲.۱۱ کامل بودن دستگاه‌های توانی و مثلثاتی در $L^1[a, b]$ . . . . .
۳۲۸	۳.۱۱ قضیة بستار Müntz . . . . .
۳۳۴	۴.۱۱ قضایای بستار برای ردۀ توابع تحلیلی . . . . .
۳۴۳	۵.۱۱ قضایای بستار در فضاهای خطی نرم‌دار . . . . .
۳۵۰	۶.۱۱ مسائل . . . . .
۳۵۵	<b>۱۲ قضایای بسط برای توابع متاعمد</b>
۳۵۵	۱.۱۲ تاریخچه سری‌های فوریه . . . . .
۳۶۵	۲.۱۲ قضیة فیجر برای سری‌های فوریه . . . . .
۳۷۱	۳.۱۲ سری‌های فوریه توابع تحلیلی متناوب . . . . .
۳۷۵	۴.۱۲ همگرایی سری لزاندر برای توابع تحلیلی . . . . .
۳۸۲	۵.۱۲ بسط‌های متاعمد مختلط . . . . .
۳۸۵	۶.۱۲ توابع هسته بازتولید شده . . . . .
۳۹۷	۷.۱۲ مسائل . . . . .
۴۰۹	<b>۱۳ درجه تقریب</b>
۴۰۹	۱.۱۳ اندازه بهترین تقریب . . . . .
۴۰۶	۲.۱۳ درجه تقریب با برخی نرم‌های درجه دوم . . . . .
۴۰۸	۳.۱۳ درجه تقریب با نرم یکنواخت . . . . .

## پیش‌گفتار

کتاب حاضر ترجمه کتاب «درون‌یابی و تقریب<sup>۱</sup>» تألیف «فیلیپ دیویس<sup>۲</sup>» است که درسی جامع برای مبحث آنالیز عددی، نظریه تقریب و کاربردهای آن به شمار می‌رود. مخاطبان این کتاب دانشجویان کارشناسی و تحصیلات تکمیلی در تمام رشته‌های علوم یا به و مهندسی هستند.

به طور کلی تا پیش از دهه شصت میلادی، مسئله درون‌یابی و تقریب خیلی مورد توجه پژوهشگران (به جز مواردی خاص) قرار نگرفته است که همین مسئله موجب کم بودن کتاب‌های تألیف شده در این راستا بوده است. با گسترش ماشین‌های محاسباتی، علاقه به بحث درون‌یابی و نظریه تقریب بیشتر و بیشتر شده و با توجه به آنگه قسمت‌هایی از این نظریه با آنالیز تابعی مرتبط است، این علاقه‌مندی همچنان رو به افزایش است. در اینجا هدف ارائه کتابی است در سطح دانشجویانی که دانش اولیه را در زمینه اعداد حقیقی و مختلط، جبر خطی و نظریه انگرال گیری دارند.

این کتاب شامل ۱۴ فصل است. اولین فصل شامل مقدمات لازم برای فصل‌های بعدی بوده و در فصل دوم تا پنجم مسئله درون‌یابی به طور کامل بحث شده است. در فصل‌های ۶ تا ۱۴ نیز نظریه تقریب مورد بررسی جامع قرار گرفته است.

در نهایت برای درک بهتر موضوع، در یافتن هر فصل تعدادی مسئله حل نشده در نظر گرفته شده که، راه حل آنها در متن درس موجود است. امید است کتاب حاضر برای دانشجویانی که در این راستا تحقیق می‌کنند مفید واقع گردد.

محمد مسجد‌جامعی

دانشیار گروه ریاضی کاربردی

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

Email: mmjamei@kntu.ac.ir

<sup>۱</sup>Interpolation and Approximation

<sup>۲</sup>Philip J. Davis